

Nombre del estudiante:

Fecha: _____

Nombre de la persona de contacto:

Número de teléfono: _____



Math on the Move

Lección 2

Operaciones con números enteros

Objetivos

- Sumar y restar números enteros
- Determinar el valor absoluto de un número
- Resolver problemas relacionados con la suma y resta de números enteros

Autores:

Jason March, B.A.
Tim Wilson, B.A.

Traductores:

Felisa Brea
Hugo Castillo

Editor:

Linda Shanks

Gráficos/Gráficas:

Tim Wilson
Jason March
Eva McKendry

Como el sistema de medidas estándar es usado comúnmente en los Estados Unidos, esas unidades de medida (inches, feet, yards, miles, pounds, ounces, cups, pints, quarts, y gallons) han sido dejadas en inglés. Estas unidades de medida aparecen en mayor detalle en la lección 14.

Centro National PASS
Centro Migrante BOCES Geneseo
27 Lackawanna Avenue
Mount Morris, NY 14510
(585) 658-7960
(585) 658-7969 (fax)
www.migrant.net/pass



Preparado por el Centro PASS bajo los auspicios del Comité Coordinador Nacional de PASS con fondos del Centro de Servicios de Educación de la Región 20, San Antonio, Texas como parte del proyecto del Consorcio de Incentiva del Programa de Educación Migrante (MAS) = Logros en Matemáticas Achievement = Success (MAS) - Además, del apoyo de proyecto del Consorcio de Incentiva del Programa de Educación Migrante de Oportunidades para el Éxito para los Jóvenes fuera-de-la-Escuela (OSY) bajo el liderazgo del Programa de Educación Migrante de Kansas.

Un día estás mirando en la televisión el Iditarod, la carrera de perros. El Iditarod es un evento que consiste en una travesía de 1,150 millas a través de Alaska, en la cual cada competidor conduce un grupo de entre doce y dieciséis perros en medio de un terreno y clima severos. Además, como la carrera es en Alaska, los participantes compiten en extremas temperaturas bajo cero.

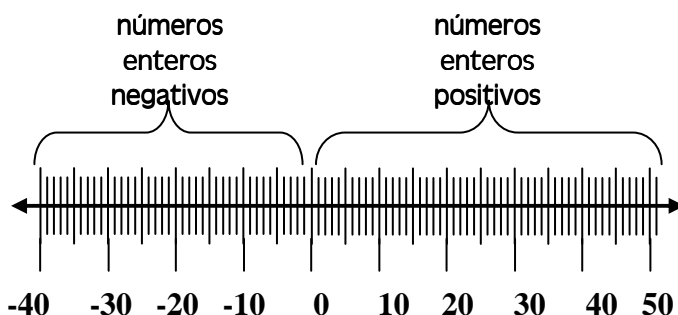
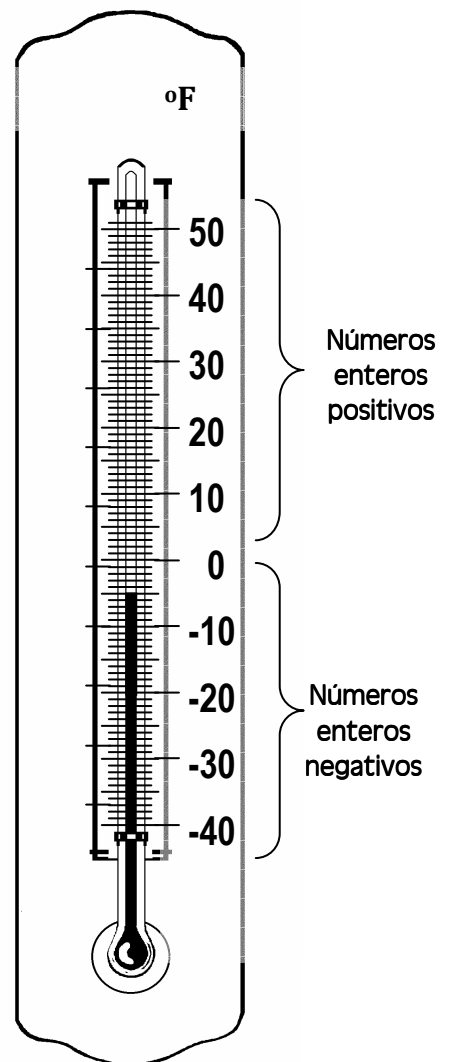
El primer concepto que debemos entender es el sistema de los **números enteros**.

- El conjunto de los **números enteros** es el grupo de todos los números enteros positivos, todos los números enteros negativos y cero.

... -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...

La temperatura es una de las varias aplicaciones del sistema de números enteros en la vida real. Las temperaturas que nos son más familiares son generalmente los números enteros positivos. La temperatura de un agradable día de primavera es aproximadamente 70° , y el agua se congela a los 32° . Como el hielo es tan frío, es difícil imaginarse que la temperatura baje a más de 32° , pero la temperatura más baja registrada durante el Iditarod fue aproximadamente de -100° .

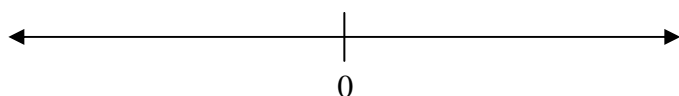
Para entender temperatura y números enteros mejor, examina el termómetro de la derecha. Como puedes ver la escala en el termómetro va de -40° to 50° . Los números negativos están todos bajo cero, y los números positivos están todos sobre cero. Esto nos lleva a la idea de que cero no es ni negativo ni positivo. También, podemos relacionar este termómetro con una línea de números si lo colocamos de esta manera.



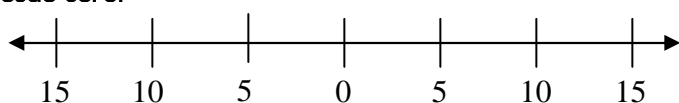
La línea de números es similar al termómetro, porque muestra los números en orden creciente. Sin embargo, los números aumentan de izquierda a derecha en vez de abajo a arriba. La línea de números nos ayuda a recordar el orden de los números enteros. Es importante recordar que:

$$-10 > -20 \text{ y } 10 < 20.$$

Sólo recuerda que la línea de números tiene cero en el medio.



Entonces los números aumentan a intervalos constantes desde cero.



Por último los números a la derecha del cero son negativos.



La línea de números puede ser una herramienta muy útil para sumar y restar números enteros, como verás.

Encontrarás que es admirable que los competidores del Iditarod soporten temperaturas tan frías. Has quedado intrigado con la competición, especialmente con la participante Rachel Scdoris, que es legalmente ciega. Cuando la carrera comienza, tú sigues el progreso de Rachel en la competición. Te enteras de que ella le da de comer a sus perros nutrientes específicos dependiendo de la temperatura de cada día. Como Rachel es ciega, no puede usar un termómetro para leer la temperatura. Entonces, Rachel usa el sentido del tacto para determinar la temperatura fuera. En otras palabras, Rachel puede aproximar la temperatura al determinar si hace más frío o más calor que el día anterior.

Rachel da de comer nutrientes a los perros basándose en la tabla siguiente.

Temperatura (Fahrenheit)	menos de -36°	-35° to -16°	-15° to -1°	0° to 14°	más de 15°
Comida de perros	Nutriente A	Nutriente B	Nutriente C	Nutriente D	Nutriente E

HECHO

Los símbolos < o > significan menor que o mayor que. piensa que el símbolo "<" es la boca de un cocodrilo. La boca del cocodrilo siempre quiere comer el número mayor.

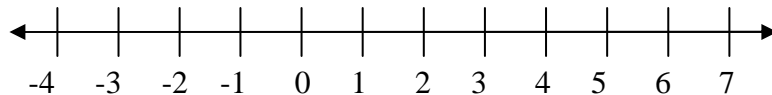
Cuando Rachel comienza la competición, le dicen que en ese momento están a 7 grados Fahrenheit. Basada en esa información, les da a los perros del trineo Nutriente *D*. Desde ese momento, Rachel debe usar sus sentidos para determinar la temperatura para el resto de la competición.

Ejemplo

El segundo día de la competición, Rachel siente como que la temperatura ha bajado 10 grados de los 7 grados de temperatura. ¿Cuál es la actual temperatura fuera, y qué nutriente debe darle a sus perros?

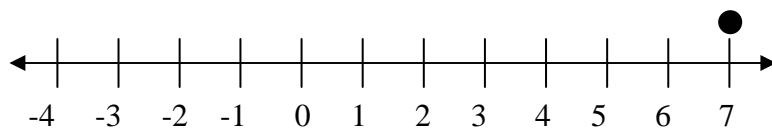
Solución

Para solucionar este problema, usaremos el método de la línea de números. El primer día del viaje, la temperatura estaba a 7 grados. Además, como la temperatura baja el segundo día, trazaremos una línea de números que incluye el número 7, al mismo tiempo que los números enteros menores que 7.

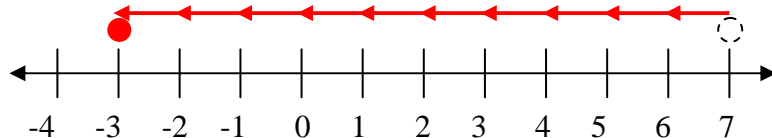


**Nota:* La línea de números no tiene que tener el cero en el centro. El cero sólo separa los números enteros positivos y los negativos.

A continuación, colocamos un punto sobre el número siete en la línea de números. Representa la temperatura del primer día.



Entonces, debemos mover el punto 10 números enteros a la izquierda en la línea de números, porque Rachel dijo que sintió que la temperatura bajó 10 grados.



Este significa que la temperatura del segundo día es -3° . Luego, volvemos a la tabla de la nutrición para ver qué nutriente Rachel debe dar a sus perros. Como -3° se encuentra entre -15° y -1° , Rachel debe darles Nutriente C.

Aunque resolvimos este problema usando una línea de números, es realmente una resta. El primer día eran 7 grados, y el segundo día, 10 grados menos que el primer día.

$$7 - 10 = -3 \leftarrow \text{Entonces, eran } -3 \text{ grados}$$

Resolver un problema de esta manera se llama el método de la línea de números.

Observa que al usar el método de la línea de números, ponemos un punto sobre el primer número del problema, en este caso, 7. Luego, si restamos, lo movemos a la izquierda. Si sumamos, lo mudamos a la derecha. En este caso, movemos 10 números enteros a la izquierda, y terminamos en -3.

Otra manera de resolver este problema se llama el método de fichas de números enteros

Hay dos tipos diferentes de fichas de números enteros,

La ficha positiva  = +1

Y la ficha negativa  = -1

Cuando se combinan,   = $-1 + 1 = 0$

Ya que   = 0

Son iguales a cero.

Decimos que "se cancelan." Para mostrar la cancelación, los tachamos cuando los vemos juntos.

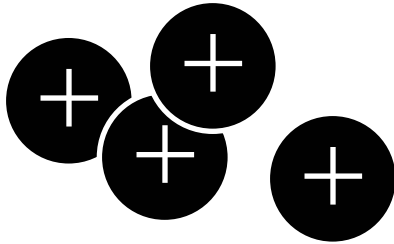
Ahora probemos con un problema similar de temperatura usando este método.

Ejemplo

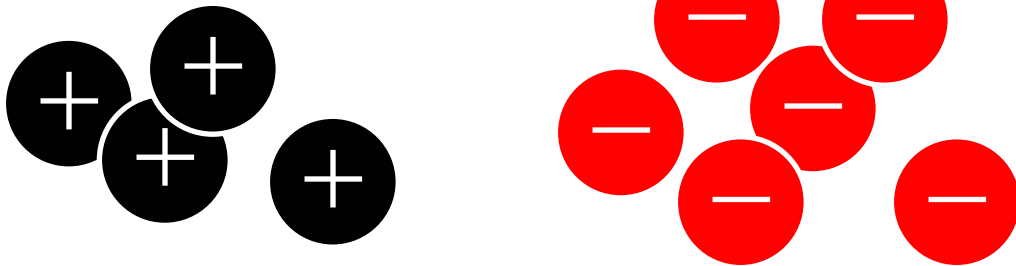
La temperatura es de 4 grados, y baja 6 grados. ¿Qué temperatura hace ahora?

Solución

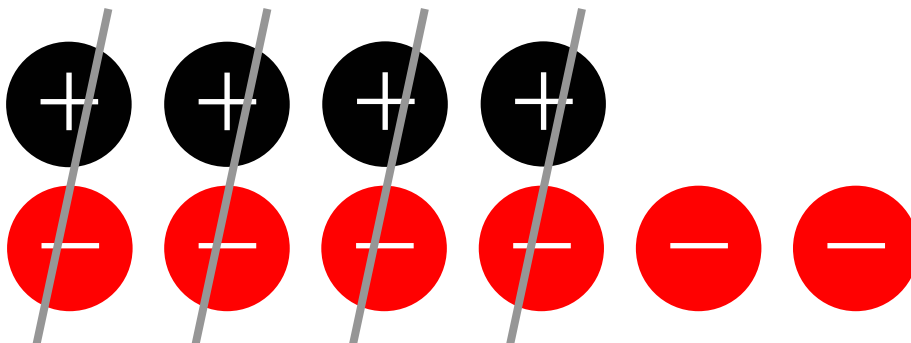
Comenzamos a cuatro grados positivos, entonces mostramos esto con 4 fichas positivas.



Luego, como la temperatura baja 6 grados, mostramos esto añadiendo seis fichas negativas al montón.



Ahora, recordamos $\oplus \ominus = 0$, y se cancelan. Si reagrupamos las fichas un poco, vemos que podemos cancelar algunos.



Finalmente, nos quedamos con dos fichas negativas, entonces la temperatura será de -2 grados.

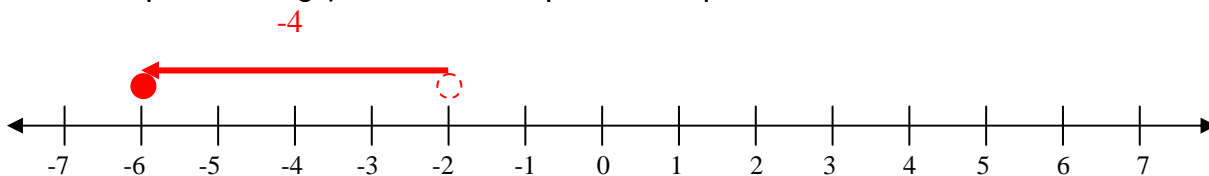
Veamos otro ejemplo.

Ejemplo

¿Qué es $-2 - 4$?

Solución

Primero usaremos el método de la línea de números. Tenemos un número negativo menos otro número. Por esto, nos moveremos en dirección negativa (a la izquierda). Primero, comienza en el negativo 2 en la línea de números; ése es el punto de comienzo en la expresión. Luego, mueve cuatro espacios a la izquierda



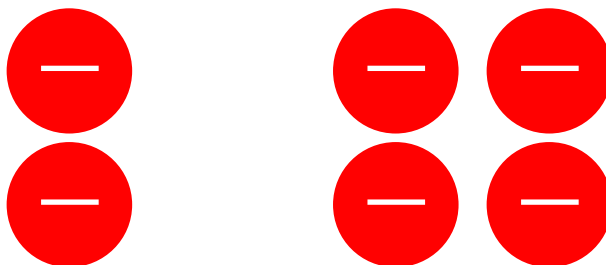
Terminamos en -6 , entonces nuestra respuesta es $-2 - 4 = -6$

Usando fichas de números enteros, debemos llegar a la misma respuesta.

En realidad hay dos maneras de pensar en este problema, podemos mostrar ambas con las fichas.

Podemos pensar de que $-2 - 4$ son dos fichas negativas, más cuatro fichas negativas,

$$0, -2 + -4$$



Vemos que hay 6 fichas negativas, entonces nuestra respuesta es -6 .

Ejemplo

El tercer día del viaje, Rachel se dirige hacia el corazón de la cordillera de montañas de Alaska. Siente que la temperatura ha bajado 40 grados de la del segundo día. ¿Cuál es la temperatura del tercer día y qué nutriente debe darle a los perros?

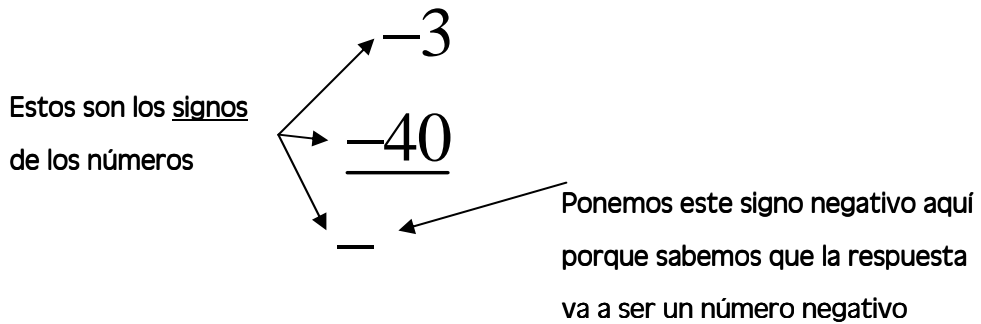
Solución

Para resolver esto sería difícil usar una línea de números con 40 números enteros en ella. Además, controlar tantas fichas de números enteros a menudo lleva a errores. Para este problema, usaremos un atajo. Escribiremos esto como una resta.

El segundo día estaba a -3 grados, y el tercer día estaba a 40 grados más bajos que el segundo día.

$$-3 - 40 =$$

Observando el problema de esta manera, puede que no esté clara la solución. Usaremos un algoritmo que nos ayude a encontrar la solución. Primero, observa que la temperatura inicial es un número negativo (-3), y restamos un número de él. Esto significa que nuestra solución es también negativa. Coloquemos nuestro problema de esta manera:



Cuando escribimos el problema de esta manera, podemos usar la siguiente regla.

“Si los signos son iguales, usa el signo y suma los **valores absolutos** de los números.”

- La distancia de cero de un número es el **valor absoluto**. Para mostrar que estás usando el valor absoluto de un número, pon largas líneas verticales, a la izquierda y a la derecha del número.

Así, para mostrar el valor absoluto de -12 , decimos $|-12| = 12$.

- El valor absoluto de un número es siempre el valor positivo del número.

Por ejemplo, $|-5| = 5$ y $|7| = 7$

Ahora, observamos nuestro problema original: $-3 - 40$. Los signos son iguales, entonces sumaremos los valores absolutos de los números. Primero debemos encontrar los valores absolutos.

$$\begin{array}{r} -3 \longrightarrow |-3| = 3 \\ \underline{-40} \longrightarrow |-40| = 40 \\ - \end{array}$$

Después sumamos los valores absolutos.


$$\begin{array}{r} |-3| = 3 \\ |-40| = 40 \end{array} \quad 3 + 40 = 43$$

Por último, dejamos el mismo signo de los números.

$$\begin{array}{r} -3 \\ \underline{-40} \\ -43 \end{array}$$

Entonces, el tercer día estaba a -43° . Así, Rachel debe darle a los perros Nutriente A.

Aquí está una forma más simple del método anterior.

 Algoritmo	
Para sumar dos números:	$-7 + 3$
1. Ignora los signos (+ o -) de los números. (Esto es tomar el valor absoluto)	7 3
2. Halla el número más alto.	(7) 3
3. Toma el signo que está delante del número más alto. Éste será el signo de la respuesta.	Usa - .
4. a) Si los signos de los dos números eran iguales, suma los dos números. b) Si los signos de los dos números eran diferentes, resta los dos números.	Diferente, entonces $7 - 3 = 4$
5. Escribe la suma o diferencia al lado del signo encontrado en el paso 3.	La respuesta es -4 .

Ejemplo

El cuarto día del recorrido, Rachel deja la cordillera de montañas de Alaska. Siente que la temperatura ha subido 15 grados de lo que era el tercer día, -43° . ¿Cuál es la temperatura del cuarto día y qué nutriente debe darle a sus perros?

Solución

Debemos entender primero el problema. Dice que la temperatura está subiendo 15° de -43° . Entonces, debemos hallar

$$-43 + 15$$

Este problema tiene números enteros negativos, entonces:

Paso 1: Ignora los signos.

$$-43 + 15$$

Paso 2: 43 es más alto que 15.

Paso 3: Como 43 es el número más alto, usaremos el signo en frente del 43 (el signo "-") en nuestra respuesta.

Paso 4: Observamos que los signos de los dos números son diferentes, entonces hallaremos la diferencia restando los números.

$$\begin{array}{r} 3 \ 13 \\ 4 \ 3 \\ - \ 1 \ 5 \\ \hline 2 \ 8 \end{array}$$

Paso 5: Ahora volvemos al Paso 3 y recordamos que debemos poner un signo menos "-" en frente al 28.

$$-28$$

Entonces la temperatura era de -28° el cuarto día. Veamos esta tabla.

Temperatura (Fahrenheit)	menos de -36°	-35° to -16°	-15° to -1°	0° to 14°	más de 15°
Comida de perros	Nutriente A	Nutriente B	Nutriente C	Nutriente D	Nutriente E

Observa que -28 está entre -35 y -16 . Por esto, le da a sus perros Nutriente B.



1. Traza fichas de números enteros para representar los siguientes problemas, entonces muestra la cancelación (si hay alguna), y escribe la suma o diferencia como un número.

a) $3 - 7$

b) $-8 - 2$

2. Traza los valores siguientes en la línea de números y nombra cada punto con la letra adecuada.

a) 5

b) 8

c) -3

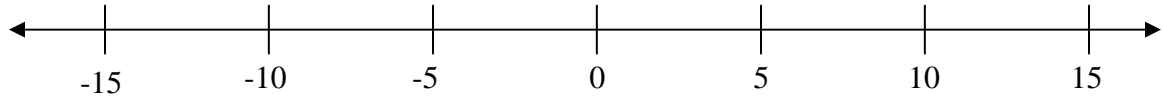
d) -6

e) 0

f) -1

g) -16

h) $|-2|$



3. Encuentra los valores absolutos.

a) $|-5|$

b) $|-10|$

c) $|13|$

d) $|4|$

4. Simplifica cada uno de los siguientes usando el método del algoritmo (paso-a-paso) de antes.

a) $13 - 7$

b) $-4 - 2$

c) $-27 + 17$

d) $-24 - 1$

e) $-10 + 3$

f) $3 - 8$

5. Si la temperatura es -13° el lunes, y el meteorólogo predice que suba 15° durante la noche, ¿Qué temperatura crees que hará por la mañana?



Repaso

1. Marca las siguientes definiciones:

a. números enteros

b. valor absoluto

2. Marca la Caja del Algoritmo.

3. Escribe una pregunta que te gustaría hacerle a tu instructor, o algo nuevo que hayas aprendido en esta lección.



Problemas de práctica

Math On the Move Lección 2

Instrucciones: Escribe las respuestas en la libreta de matemáticas. Titula este ejercicio Math On the Move – Lección 2, Conjuntos A y B

Conjunto A

1. Los Buffalo Bills hicieron un pase de 15 yardas, y luego perdieron 18 yardas. Representa esto con números enteros, luego di el número total de yardas ganadas o perdidas.
2. En un sólo día, las acciones de la Ford bajaron 12 puntos, luego subieron 3 puntos. Usa los números enteros para mostrar en cambio total de las acciones en un día.
3. Earl es dueño de una fábrica donde hacen cajas para la leche. Cuesta \$.35 hacer una caja, y la vende por \$.50. Si hace 1000 cajas, y sólo vende 500 de ellas, usa números enteros para representar la pérdida total de Earl (-) o la ganancia (+). (*Pista*. Piensa en el costo como un valor negativo, porque es lo que gasta Earl)
4. Halla la suma o la diferencia.
 - a) $3 - 9$
 - b) $-19 - 3$
 - c) $-2 + 9$
 - d) $-2 - 2$
 - e) $27 - 9$
 - f) $-21 - 7$
 - g) $-16 + 4$
 - h) $-18 + 2$

Conjunto B

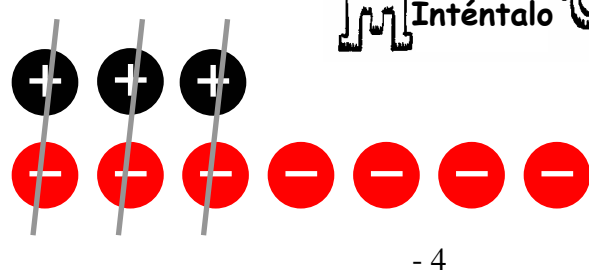
1. Usando la definición del valor absoluto, una vez simplificada, ¿Será la expresión

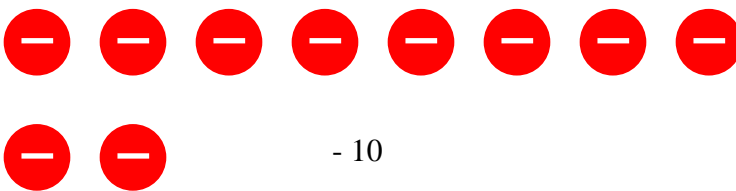
$$\left| \frac{-\sqrt{3^3 - 7} + 18}{40} \right| \text{ positiva o negativa? ¿Por qué?}$$

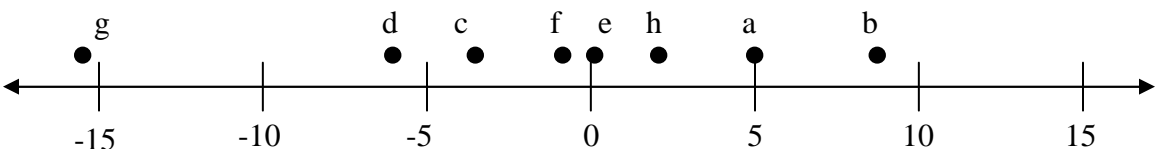
2. Escribe y resuelve un ejemplo del mundo real que suponga restar números negativos.
3. Carlos recibió un cheque de \$300 por su trabajo, y encontró \$20 en el camino a casa del dentista. La visita al dentista le costó \$25. Cuando llegó a casa, Carlos abrió el correo. Una carta decía que un tío distante, el tío Jesús, se había muerto inesperadamente, y le había dejado \$1500. Otra decía que debía pagar los \$400 del alquiler. Esa noche, Carlos quiso arrancar el carro, pero hacía un terrible ruido. Cuando lo llevó al mecánico, descubrió que había una grieta en la junta de la culata. Le costará \$950 repararlo. ¿Tiene Carlos dinero suficiente para pagar sus deudas? Si no, ¿cuánto necesita? Si tiene bastante, ¿cuánto le sobraría?

Respuestas a

Inténtalo

1. a) 

b) 

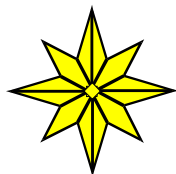
2. 

3. a) 5 b) 10 c) 13 d) 4

4. a) 6 b) -6 c) -10 d) -25 e) -7 f) -5

5. 2°

NOTAS



Fin de la lección 2