

Nombre del estudiante:

Fecha: _____

Nombre de la persona de contacto:

Número de teléfono: _____



Math on the Move

Lección 17

Introducción a la Geometría

Objetivos

- Entender las definiciones de punto, línea, recta, segmento de línea
- Clasificar los ángulos y ciertas relaciones entre las líneas

Autores:

Jason March, B.A.
Tim Wilson, B.A.

Traductores:

Felisa Brea
Hugo Castillo

Editor:

Linda Shanks

Gráficos/Gráficas:

Tim Wilson
Jason March
Eva McKendry

Como el sistema de medidas estándar es usado comúnmente en los Estados Unidos, esas unidades de medida (inches, feet, yards, miles, pounds, ounces, cups, pints, quarts, y gallons) han sido dejadas en inglés. Estas unidades de medida aparecen en mayor detalle en la lección 14.

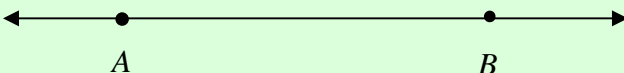
Centro National PASS
Centro Migrante BOCES Geneseo
27 Lackawanna Avenue
Mount Morris, NY 14510
(585) 658-7960
(585) 658-7969 (fax)
www.migrant.net/pass



Preparado por el Centro PASS bajo los auspicios del Comité Coordinador Nacional de PASS con fondos del Centro de Servicios de Educación de la Región 20, San Antonio, Texas como parte del proyecto del Consorcio de Incentiva del Programa de Educación Migrante (MAS) = Logros en Matemáticas Achievement = Success (MAS) - Además, del apoyo de proyecto del Consorcio de Incentiva del Programa de Educación Migrante de Oportunidades para el Éxito para los Jóvenes fuera-de-la-Escuela (OSY) bajo el liderazgo del Programa de Educación Migrante de Kansas.

La palabra *geometría* viene del Griego. Literalmente significa "medida de la Tierra." Es la rama de las matemáticas que estudia las interesantes relaciones originadas por el tamaño y la forma de los objetos. Para estudiar geometría, necesitamos conocer primero algunos términos básicos.

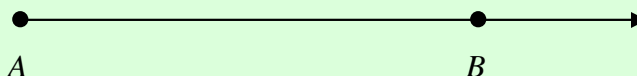
- Un **punto** es una ubicación en el espacio. Se muestra con un punto.
- Una **línea** se extiende en forma recta e infinita a través de dos puntos y en direcciones opuestas.



- Las flechas nos dicen que la línea no tiene fin. Continúa interminablemente en ambas direcciones. La notación que utilizamos para representar esta línea es

$$\overleftrightarrow{AB} \text{ o } \overleftrightarrow{BA}.$$

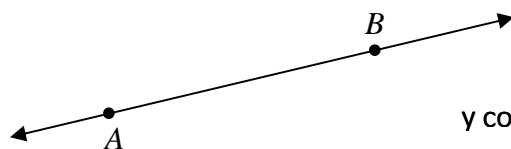
- Una **recta** se extiende entre dos puntos, tiene un extremo, y se extiende sin final en la otra dirección



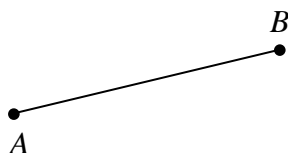
- La recta de arriba nos muestra un extremo en *A*. Continúa interminablemente en una dirección a través del punto *B*. La notación para la recta es

$$\overrightarrow{AB}.$$

Imagina que tenemos una línea. Digamos \overleftrightarrow{AB} , trazada a continuación.

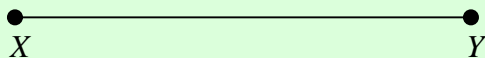


y cortamos la línea en los puntos *A* y *B*.



A esto se le llama un **segmento de línea**.

- Un **segmento de línea** tiene dos puntos. Cada punto es un extremo.

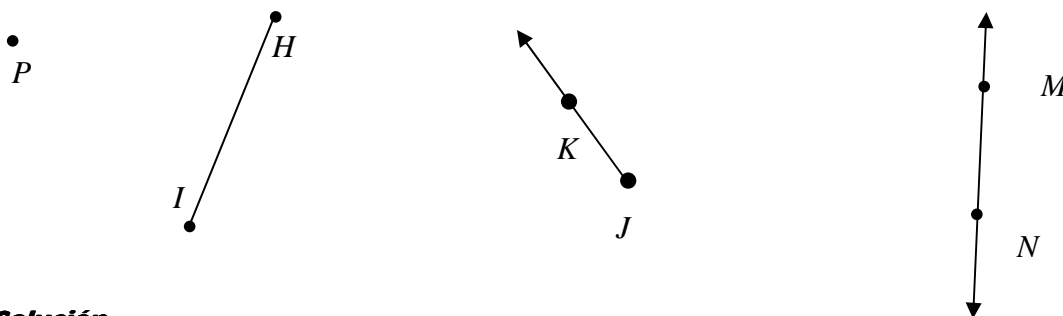


- El segmento de arriba no tiene flechas. Los puntos A y B están en sus extremos. La notación para un segmento de línea es

$$\overline{XY} \text{ ó } \overline{YX} .$$

Ejemplo

Clasifica las siguientes figuras, luego escribe sus nombres utilizando la notación apropiada.



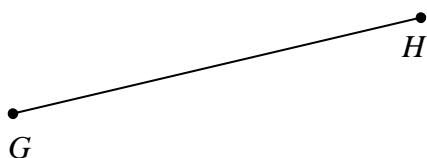
Solución

De izquierda a derecha, tenemos el punto P , el segmento de línea \overline{HI} , la recta \overleftrightarrow{JK} , y la línea \overleftrightarrow{MN} .



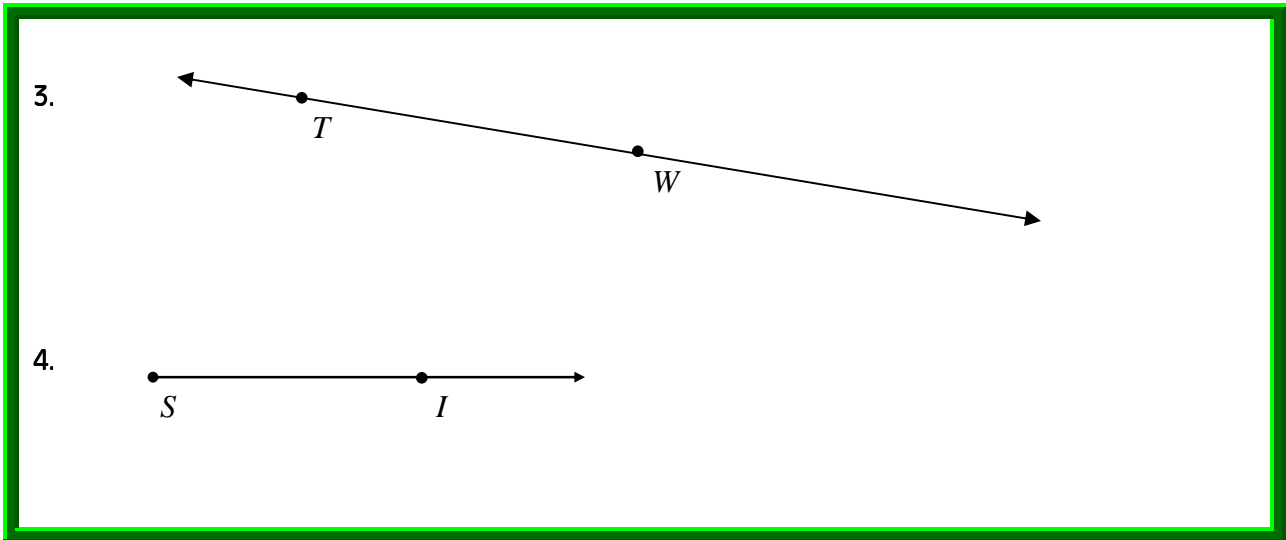
Clasifica cada figura escribiendo el nombre punto, línea, recta, o segmento de línea a un lado. Luego pon su nombre con la notación apropiada.

1.



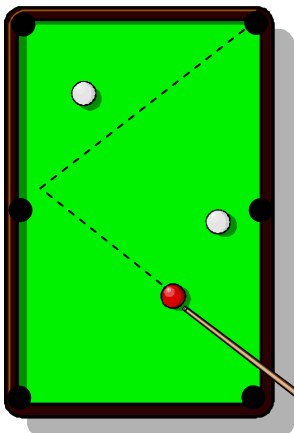
2.





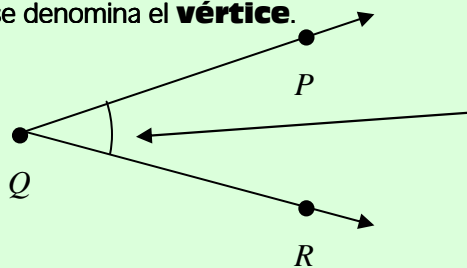
Cuando vas en un auto, tienes que detenerte en las luces rojas en cada **intersección**. En los caminos, una intersección es cuando la trayectoria de dos caminos se cruzan. Lo mismo es cierto en geometría.

- El punto donde una línea, un segmento, o una recta cruza otra línea, segmento, o recta, se denomina una **intersección**.



En esta imagen de una mesa de billar, la línea punteada representa la trayectoria que la bola roja debe recorrer para caer en la buchaca de la esquina superior derecha. La trayectoria de la bola forma un **ángulo**.

- Un **ángulo** se forma por dos *líneas, rectas, o segmentos* que se encuentran en un punto común. El punto común se denomina el **vértice**.



Utilizamos este arco para mostrar el ángulo en que estamos

- Este ángulo se forma por dos rectas con vértice en Q. Existen tres formas de nombrar un ángulo:

$\angle PQR$

$\angle RQP$

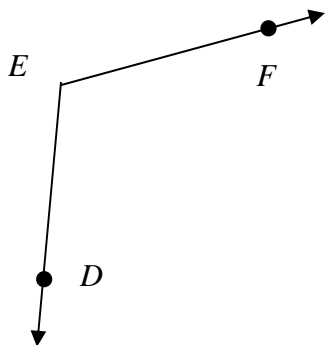
$\angle Q$

Los símbolos \angle , \sphericalangle , y \sphericalangle todos significan ángulo.

Cuando nombras los ángulos, asegura que el vértice es la letra del centro.

Ejemplo

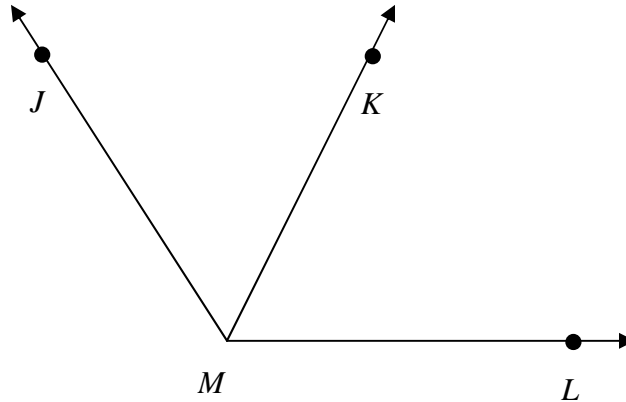
Determina el vértice, y nombra el ángulo de tres formas.



Solución

Aún cuando no hay un punto dibujado donde se encuentran las dos rectas, todavía llamamos *E* al vértice del ángulo. Esto significa que *E* es la letra del centro cuando nombramos el ángulo. Podemos nombrar el ángulo $\angle DEF$, $\angle FED$, o $\angle E$.

Fíjate en este ejemplo. Si quisiéramos nombrar los ángulos de abajo, no podemos nombrarlos $\angle M$. Hay más de un ángulo con M como vértice. No está claro si $\angle M$ se refiere a $\angle JMK$, $\angle KML$, o a $\angle JML$.



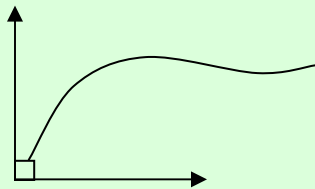
Cada ángulo tiene una medida. La unidad de medida de los ángulos se llama **degrees (grados)**.

- Los **degrees** ($^{\circ}$) son una unidad de medida de los ángulos. Son diferentes de los degrees Fahrenheit (grados Fahrenheit) y de los degrees Celsius (grados Celsius), porque esos miden la temperatura.

Da un vistazo a tu alrededor. ¡Los ángulos están por doquier! Para hacer la silla en la que estás sentado, un fabricante de muebles tuvo que medir muchos ángulos. Las medidas de los ángulos les dijeron cómo unir todas las piezas de la silla. Tal como los ángulos se encuentran en muebles y edificios, ¡así se presentan también por todas partes en la naturaleza! El "ángulo dorado", próximo a 137.5° , se encuentra en muchas plantas. Es el ángulo que se encuentra entre las semillas de un girasol.

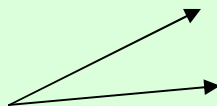
Los ángulos se presentan en todos tamaños. Los científicos y los matemáticos los clasifican u organizan basados en sus medidas.

- Un ángulo cuya medida es de exactamente 90° es un **ángulo recto**.



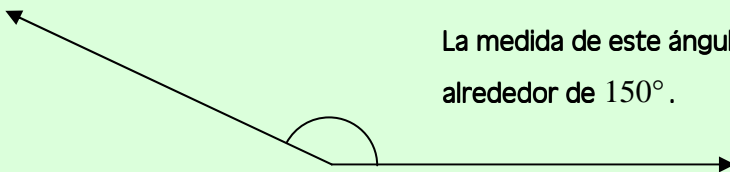
Utilizamos el pequeño cuadrado para mostrar que el ángulo es un ángulo recto.

- Un ángulo cuya medida es de menos de 90° es un **ángulo agudo**.



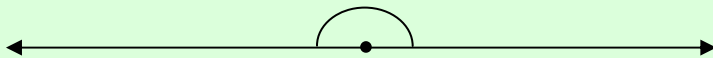
La medida de este ángulo es alrededor de 20° .

- Un ángulo cuya medida está entre 90° y 180° (mas no igual a 90° ni a 180°) es un **ángulo obtuso**.



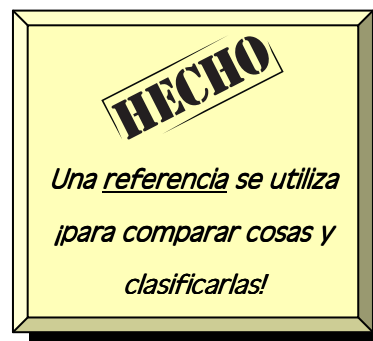
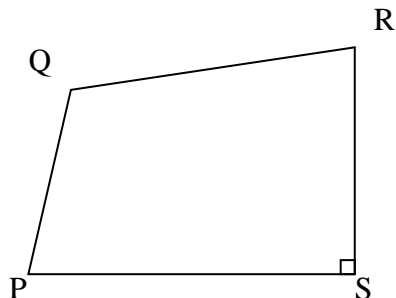
La medida de este ángulo es alrededor de 150° .

- Un ángulo cuya medida es exactamente 180° es un **ángulo llano**.



Ejemplo

Dada la figura PQRS,



Clasifica los ángulos como agudo, recto, u obtuso.

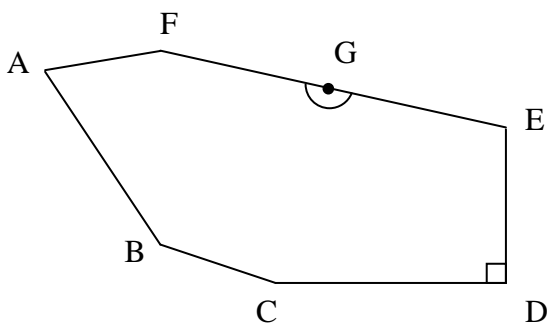
Solución

Mirando la figura, podrías darte cuenta que $\angle S$ es un ángulo recto. No solo tiene el símbolo de ángulo recto, sino que también se ve como de 90° . Debido a esto, un ángulo recto se puede utilizar como una referencia para determinar si los ángulos son mayores, o menores de 90° .

Comparado con $\angle S$, podemos ver que $\angle P$ y $\angle R$ son agudos, porque sus medidas son menores de 90° . $\angle Q$ es obtuso porque su medida es mayor de 90° .



Dada la siguiente figura,



Clasifica los siguientes ángulos como agudo, recto, obtuso, o llano.

5. $\angle A$: _____

9. $\angle FGE$: _____

6. $\angle CBA$: _____

10. $\angle E$: _____

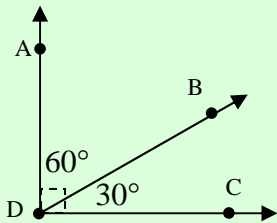
7. $\angle CDE$: _____

11. $\angle BCD$: _____

8. $\angle AFE$: _____

En geometría, los ángulos rectos, y los ángulos llanos son muy importantes.

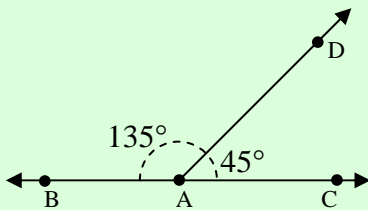
- Los **ángulos complementarios** son un par de ángulos cuyas medidas hacen una suma de 90° .



$\angle ADB$ y $\angle BDC$ son complementarios, ya que

$$m\angle ADB + m\angle BDC = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ.$$

- Los **ángulos suplementarios** son un par de ángulos que, juntos, forman una línea continua. Las medidas de los ángulos suplementarios hacen una suma de 180° .



$\angle BAD$ y $\angle DAC$ son suplementarios, ya que

$$m\angle BAD + m\angle DAC = 135^\circ + 45^\circ = 180^\circ$$

Aquí presentamos una gran forma de recordar complementario y suplementario. Fíjate en las primeras letras de complementario y suplementario.

C

S

La "c" de complementario podría ser el 9 de 90° . La "s" de suplementario podría ser el 8 de 180° .

90

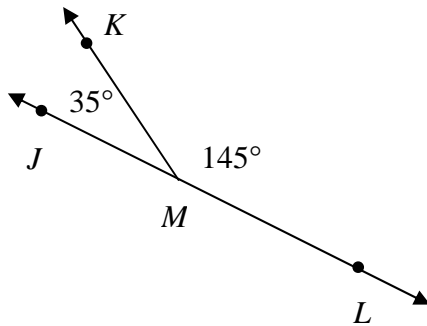
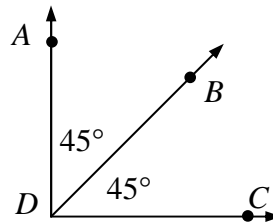
180

Otra forma de recordarlo es que 90° está antes que 180° , justo como la "c" está antes de la "s" en el alfabeto.

 ¡Inténtalo!

Determina si los ángulos son complementarios, suplementarios, o ninguno de los dos. Muestra tus cálculos.

12. $\angle ADB$ y $\angle BDC$

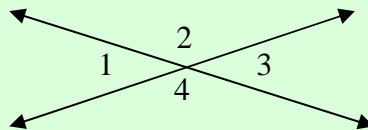


13. $\angle JMK$ y $\angle KML$

14. $\angle JML$ y $\angle KML$

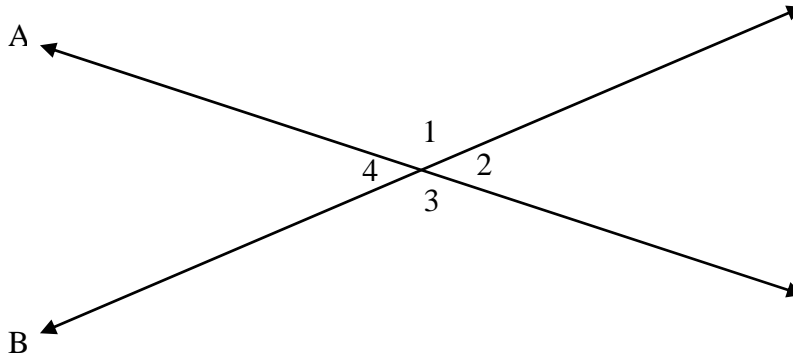
Hay un tipo más de ángulo para discutir.

- Cuando dos líneas se intersectan, los ángulos opuestos uno al otro se denominan **ángulos verticales** u **opuestos por el vértice**.



En el diagrama, $\angle 1$ y $\angle 3$ son ángulos verticales. También lo son $\angle 2$ y $\angle 4$.

Veamos más de cerca los ángulos verticales. Las líneas \overleftrightarrow{A} y \overleftrightarrow{B} se intersectan para formar los ángulos $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$.



Observamos que $\angle 1$ y $\angle 2$ son suplementarios. Ya que son suplementarios, la suma de sus medidas es de 180° . Eso significa que

$$m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$$

Podemos utilizar este hecho para decir que la medida del ángulo 1 es,

$$m\angle 1 = 180^\circ - m\angle 2$$

También notamos que $\angle 3$ y $\angle 2$ son suplementarios. Debido a que son suplementarios, la suma de sus medidas es 180° también. Una vez más, esto significa que

$$m\angle 3 + m\angle 2 = 180^\circ$$

Podemos utilizar esto para decir que la medida del ángulo 3 es,

$$m\angle 3 = 180^\circ - m\angle 2$$

Observa esto. Acabamos de mostrar que las medidas de los ángulos 1 y 3 son la misma.

$$m\angle 1 = 180^\circ - m\angle 2$$

$$m\angle 3 = 180^\circ - m\angle 2$$

Debido a que las medidas de los ángulos 1 y 3 son ambas iguales a lo mismo, podemos decir que

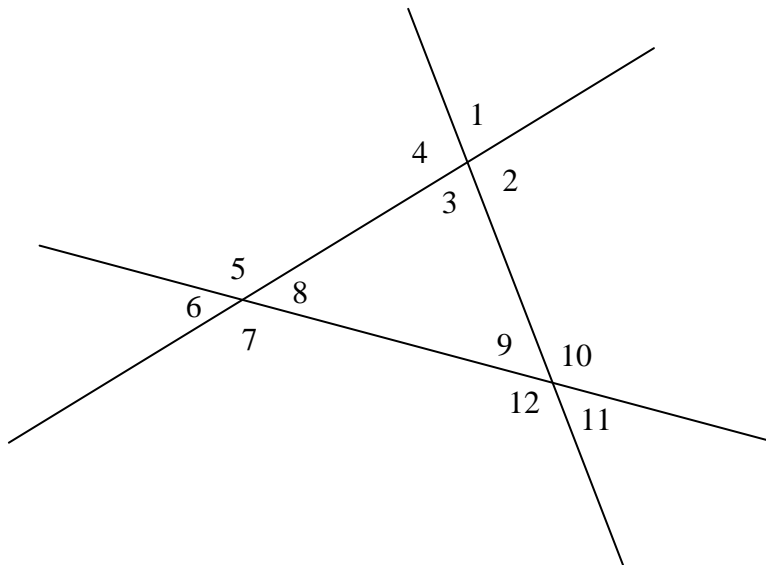
$$m\angle 1 = m\angle 3$$

Este método funcionará siempre. Si lo encontraste confuso, está bien. Solo recuerda este hecho.

HECHO
*Los ángulos verticales
¡siempre tienen igual
medida!*



La siguiente figura muestra las intersecciones de 3 segmentos de línea que forman los ángulos del 1 al 12. Identifica todos los ángulos verticales, y luego establece cuales ángulos tienen igual medida.

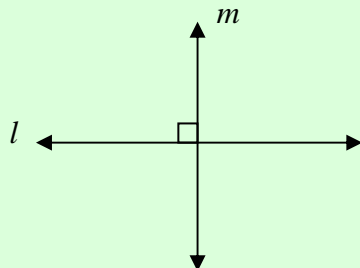


15. Ángulos verticales:

16. Ángulos de igual medida:

En ocasiones, la relación entre dos líneas recibe un nombre especial.

- Dos líneas son **perpendiculares**, si se intersectan para formar cuatro ángulos rectos.



La línea l es perpendicular a la línea m . Escribimos esto como,

$$\vec{l} \perp \vec{m}.$$

Observa que solo necesitamos escribir un " \square " símbolo de ángulo recto. Esto se debe a la propiedad de nuestro ángulo suplementario. Averigua por tu cuenta cómo funciona esto.

- Las líneas, segmentos, o rectas son **paralelas** si, cuando se extienden interminablemente, nunca se tocan.

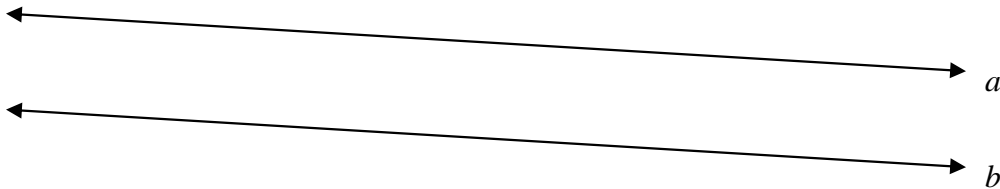


Las líneas \vec{p} y \vec{q} son paralelas. Para mostrar esto, escribimos $\vec{p} \parallel \vec{q}$.

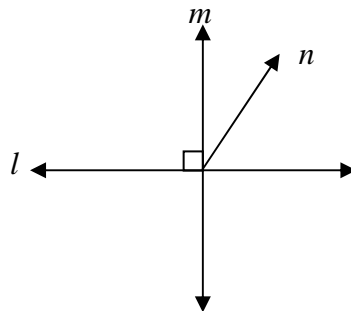
 **¡Inténtalo!**

1. Decide si las siguientes líneas, segmentos de línea, o rectas son perpendiculares, paralelas, o ninguna de las dos.

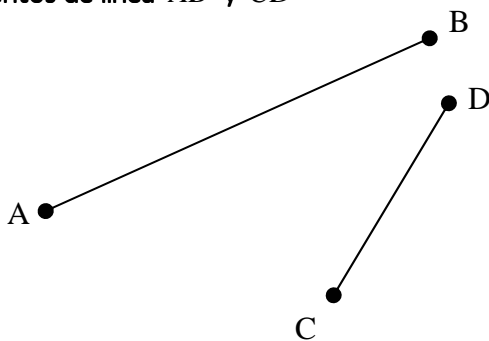
17. Líneas \vec{a} y \vec{b}



18. Líneas l y m



19. Segmentos de línea \overline{AB} y \overline{CD}



Estas definiciones se utilizan todo el tiempo en geometría, por tanto asegúrate de familiarizarte con ellas.

Repaso

1. Marca las siguientes definiciones:

- punto
- línea
- recta
- segmento de línea
- intersección
- ángulo
- vértice
- ángulo recto
- ángulo agudo
- ángulo obtuso

- k. ángulo llano
- l. ángulos complementarios
- m. ángulos suplementarios
- n. ángulos verticales
- o. perpendicular
- p. paralela

2. Escribe una pregunta que te gustaría hacerle a tu instructor, o algo nuevo que hayas aprendido en esta lección.



Problemas de práctica

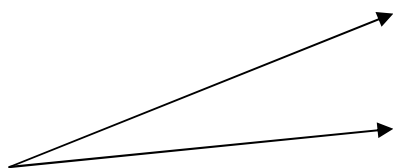
Math On the Move Lección 17

Instrucciones: Escribe las respuestas en la libreta de matemáticas. Titula este ejercicio Math On the Move – Lección 17, Conjuntos A y B

Conjunto A

1. Los siguientes ángulos, ¿son agudos, obtusos, rectos, o continuos?

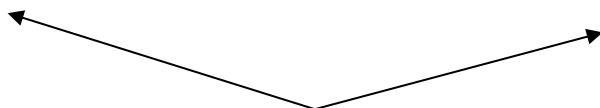
a)



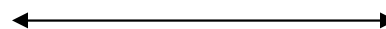
b)



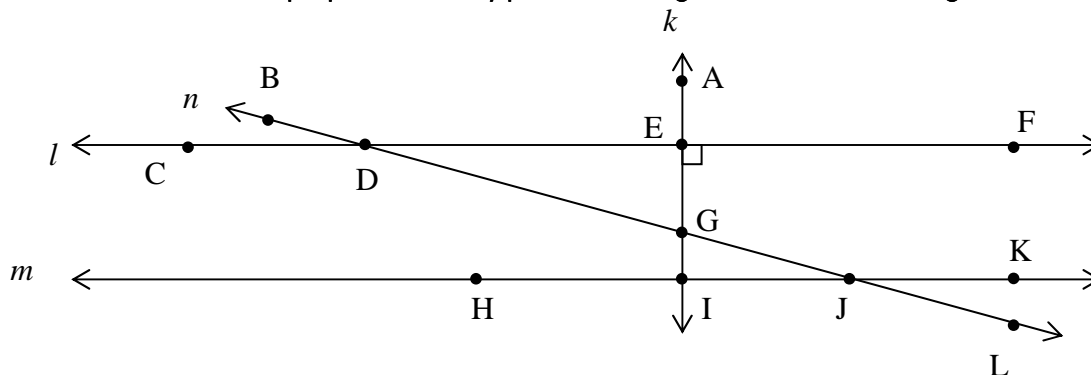
c)



d)



2. Identifica las líneas perpendiculares y paralelas. Luego establece cuáles ángulos son verticales.



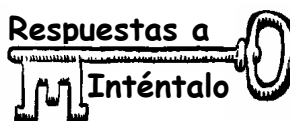
Conjunto B

1. Mira alrededor de tu casa, o afuera. Encuentra 2 ejemplos de cada uno de los siguientes ángulos:

- ángulo agudo
- ángulo recto
- ángulo obtuso
- ángulos llanos

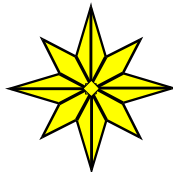
Ahora busca las siguientes líneas:

- líneas intersectantes o segmentos de línea
- líneas perpendiculares
- líneas paralelas



1. segmento de línea \overline{GH} o \overline{HG}
2. punto Q
3. línea \overleftrightarrow{TW} o \overleftrightarrow{WT}
4. recta \overleftrightarrow{SI}
5. agudo
6. obtuso
7. recto
8. obtuso

9. llano
10. obtuso
11. obtuso
12. complementario $m\angle ADB = 45^\circ; m\angle BDC = 45^\circ$ $45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$
13. suplementario $m\angle JMK = 135^\circ; m\angle KML = 45^\circ$ $135^\circ + 45^\circ = 180^\circ$
14. ninguno de los dos
15. $\angle 1$ y $\angle 3$, $\angle 2$ y $\angle 4$, $\angle 5$ y $\angle 7$, $\angle 6$ y $\angle 8$, $\angle 9$ y $\angle 11$, $\angle 10$ y $\angle 12$
16. Ángulos con la misma medida son todos los pares de ángulos verticales.
17. Paralela
18. Perpendicular
19. Ninguna de las dos



Fin de la lección 17