

Nombre del estudiante:

Fecha: _____

Nombre de la persona de contacto:

Número de teléfono: _____



Math
on the
Move

Lección 23

Coordenadas Geométricas

Objetivos

- Trazar y nombrar los ejes x y y de una gráfica
- Trazar un punto, dadas sus coordenadas
- Identificar las coordenadas de un punto trazado
- Determinar la pendiente y la intercepción- y de una línea en la gráfica

Autores:

Jason March, B.A.
Tim Wilson, B.A.

Traductores:

Felisa Brea
Hugo Castillo

Editor:

Linda Shanks

Gráficos/Gráficas:

Tim Wilson
Jason March
Eva McKendry

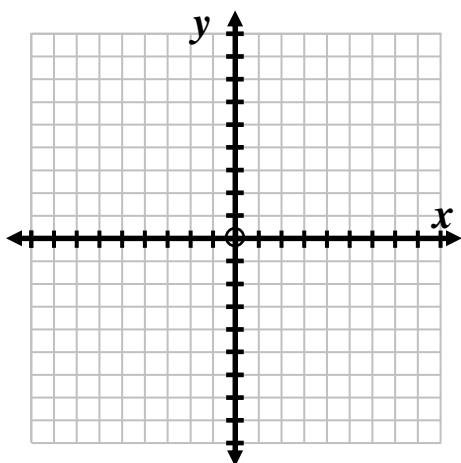
Como el sistema de medidas estándar es usado comúnmente en los Estados Unidos, esas unidades de medida (inches, feet, yards, miles, pounds, ounces, cups, pints, quarts, y gallons) han sido dejadas en inglés. Estas unidades de medida aparecen en mayor detalle en la lección 14.

Centro National PASS
Centro Migrante BOCES Geneseo
27 Lackawanna Avenue
Mount Morris, NY 14510
(585) 658-7960
(585) 658-7969 (fax)
www.migrant.net/pass



Preparado por el Centro PASS bajo los auspicios del Comité Coordinador Nacional de PASS con fondos del Centro de Servicios de Educación de la Región 20, San Antonio, Texas como parte del proyecto del Consorcio de Incentiva del Programa de Educación Migrante (MAS) = Logros en Matemáticas Achievement = Success (MAS) - Además, del apoyo de proyecto del Consorcio de Incentiva del Programa de Educación Migrante de Oportunidades para el Éxito para los Jóvenes fuera-de-la-Escuela (OSY) bajo el liderazgo del Programa de Educación Migrante de Kansas.

Hasta ahora, hemos estado hablando de todo tipo de figuras y formas geométricas, y averiguando sobre sus propiedades. Sin embargo, aún no hemos considerado sus posiciones dentro del espacio. Por ejemplo, un cartógrafo necesita ubicar objetos con precisión sobre un mapa, de acuerdo con su posición en relación con otros objetos alrededor de ellos. Un arquitecto necesita asegurarse de incluir el tamaño y la ubicación de los objetos en los planos de sus edificios. Por estas razones y muchas otras, seguido graficamos figuras en un **plano de coordenadas**.



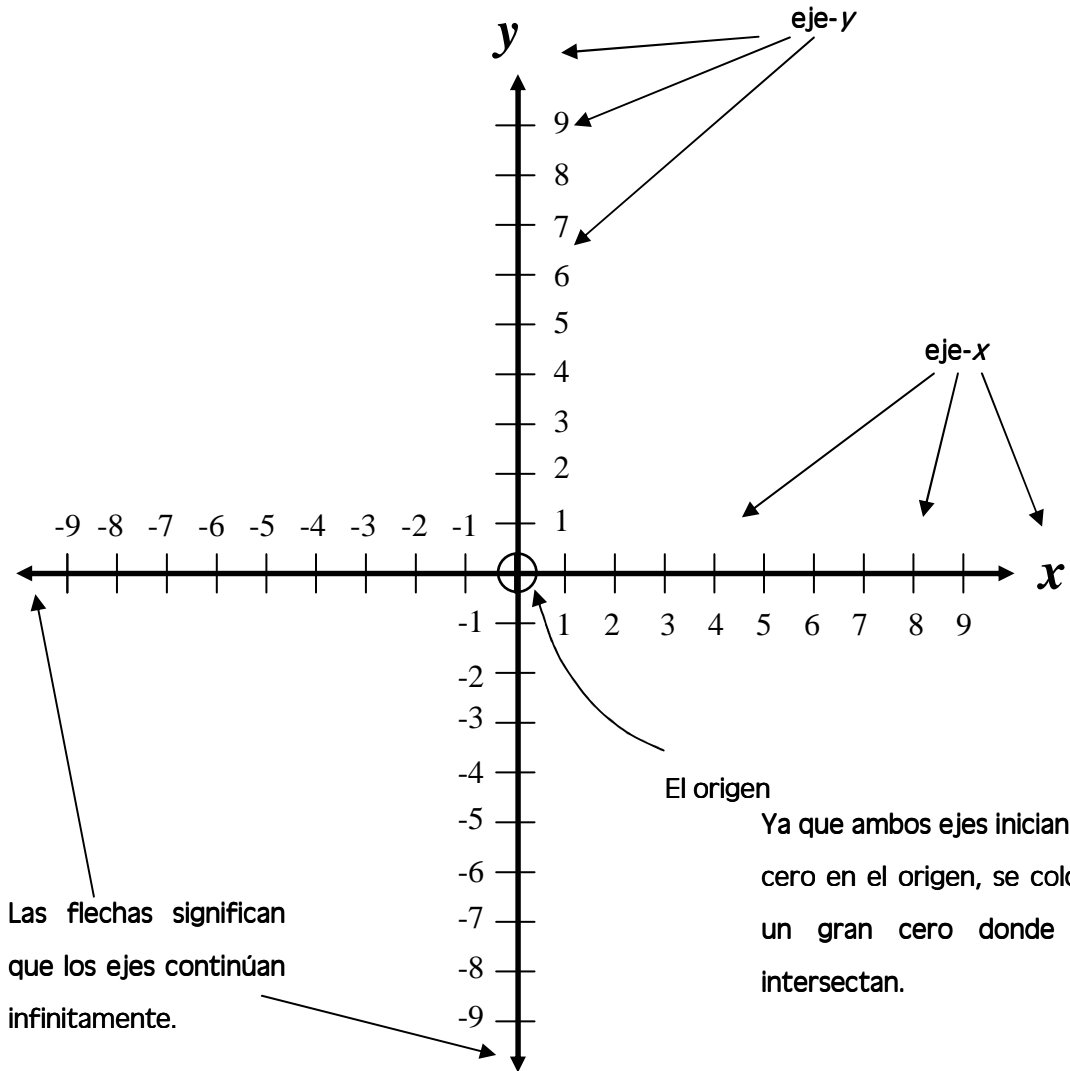
- El **plano de coordenadas** se utiliza para graficar figuras geométricas, y encontrar sus relaciones algebraicas.

El plano de coordenadas se compone de dos ejes (axes 'ax-ees' en inglés).

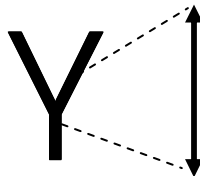
- El **eje-x** es una línea graduada horizontal (a izquierda y derecha) en el plano de coordenadas.
- El **eje-y** es una línea graduada vertical (arriba y abajo) en el plano de coordenadas.
 - Los ejes x y y siempre se cruzan en el cero. Donde se cruzan los ejes se llama el **origen**.

Estas definiciones serán de utilidad cuando veamos una gráfica de coordenadas más de cerca.

Aquí tenemos un grupo de ejes.



Una buena forma de recordar que el eje y es el eje vertical, es notando que la "Y" tiene una línea vertical de base.



Así, ¿cómo utilizamos los ejes para graficar información? Empecemos por aprender cómo graficar la figura geométrica más básica. – un punto.

Recuerda, la gráfica de coordenadas se compone de un eje horizontal, que va de izquierda a derecha, y un eje vertical, que va arriba y abajo. Es bueno tener información sobre qué tan lejos debemos desplazarnos a la izquierda o a la derecha, o hacia arriba o hacia abajo. Esta información es dada por un **par ordenado** de números.

- Un **par ordenado** es un grupo de dos números, mostrados dentro de paréntesis "()" y separados por una coma ",".
(3,2) es un par ordenado, y también lo es (-5,0).

Los pares ordenados reciben ese nombre por dos razones. La razón más obvia es que hay dos números en cada par ordenado. La segunda, y menos obvia razón, es que el orden en que se escriben los números es importante. Por ejemplo, (3,2) es un par ordenado diferente de (2,3). En otras palabras.

$$(3, 2) \neq (2, 3).$$

Los pares ordenados aparecen mucho en las matemáticas, pero cuando se utilizan para hacer gráficas, éstos significan

(qué tan lejos a derecha o izquierda, qué tan lejos arriba o abajo)

$$(x, y)$$

Los pares ordenados son las **coordenadas** de un punto.

- Las **coordenadas** de un punto sobre una gráfica son las direcciones para llegar a ese punto. Te dicen cómo localizarlos.

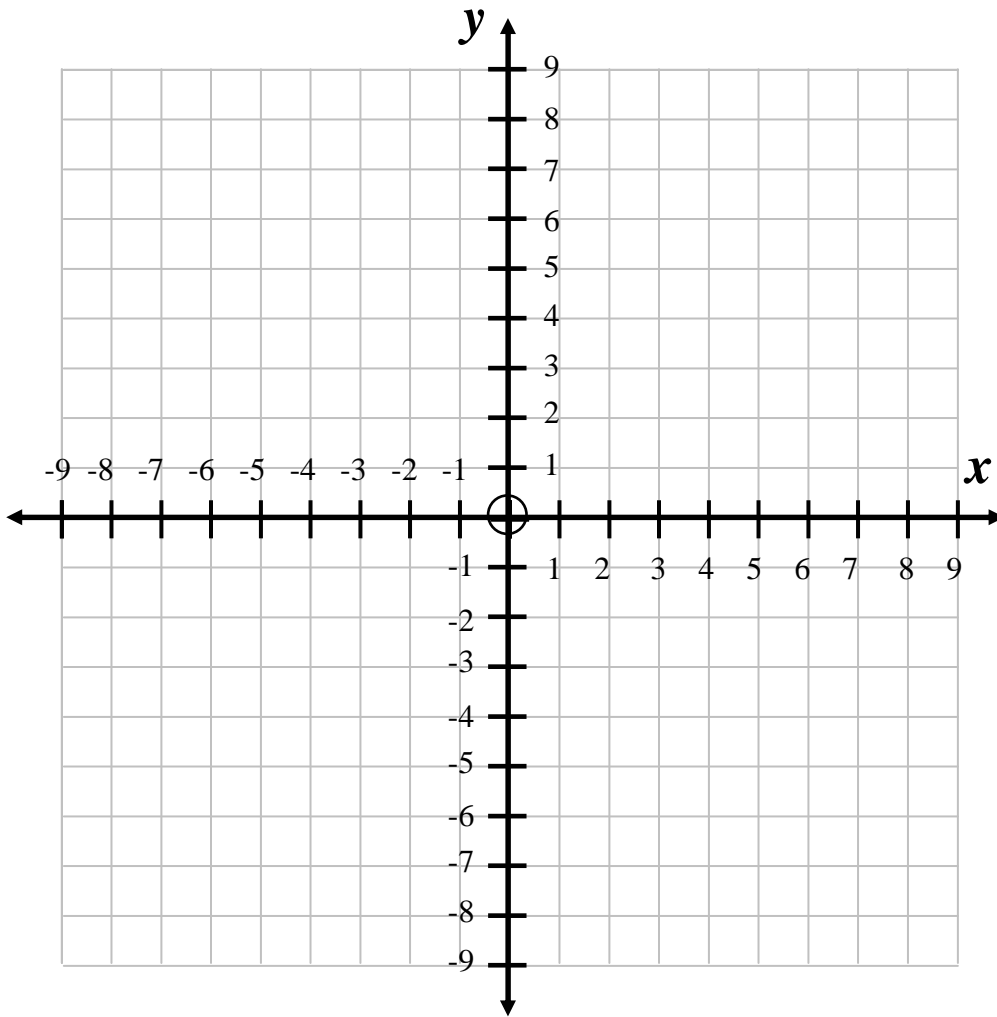
Grafiquemos un punto para mostrar lo que queremos decir.

Ejemplo

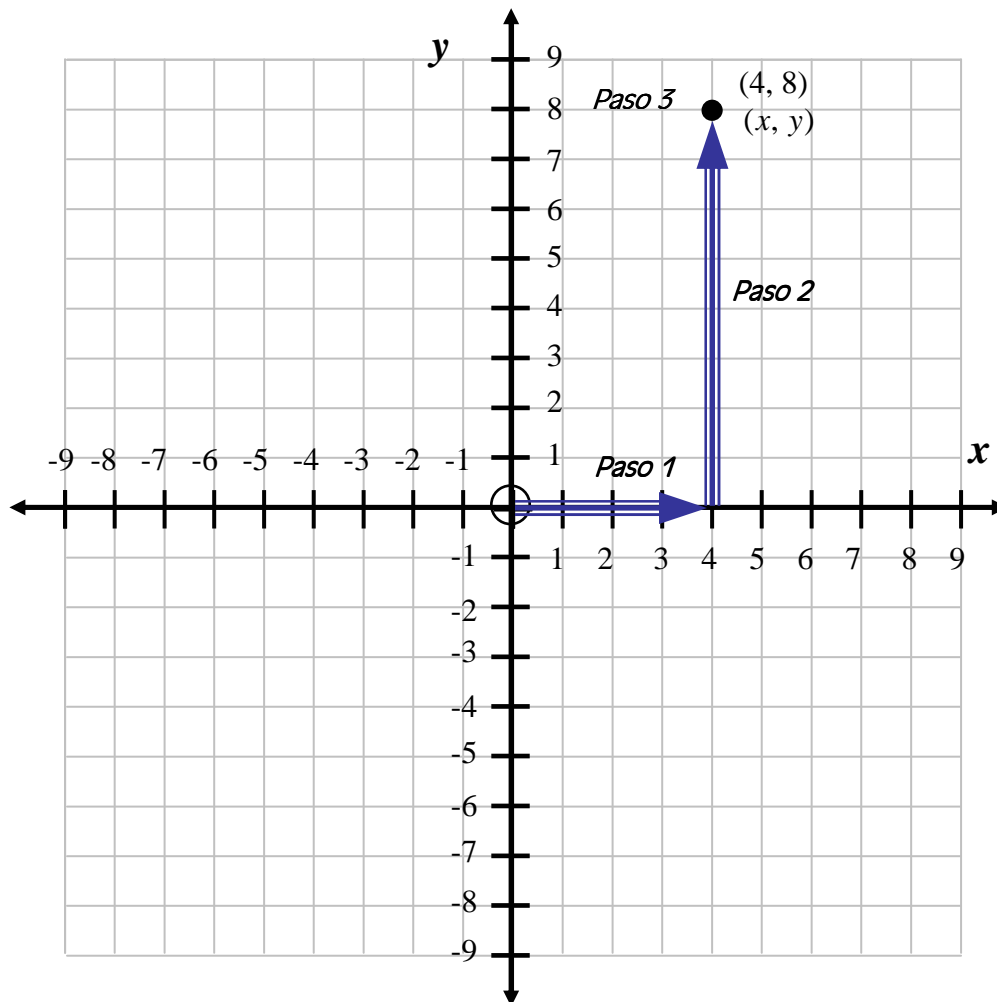
Grafica un punto con las coordenadas, (4, 8)

Solución

Para poder graficar lo que sea, debemos tener unos ejes sobre los cuales dibujar, así que empezaremos con eso. También utilizaremos una cuadrícula para facilitarlo y graficar correctamente.



Ahora, debemos marcar las coordenadas, (4, 8). De nuestra definición, sabemos que debemos empezar en el cero y movernos 4 unidades en dirección positiva (a la derecha) sobre el eje- x (Paso 1). Luego, desde ahí, nos moveremos 8 unidades en dirección positiva (arriba) a lo largo del eje- y (Paso 2). Finalmente, colocamos un punto donde terminamos (Paso 3). Observa:



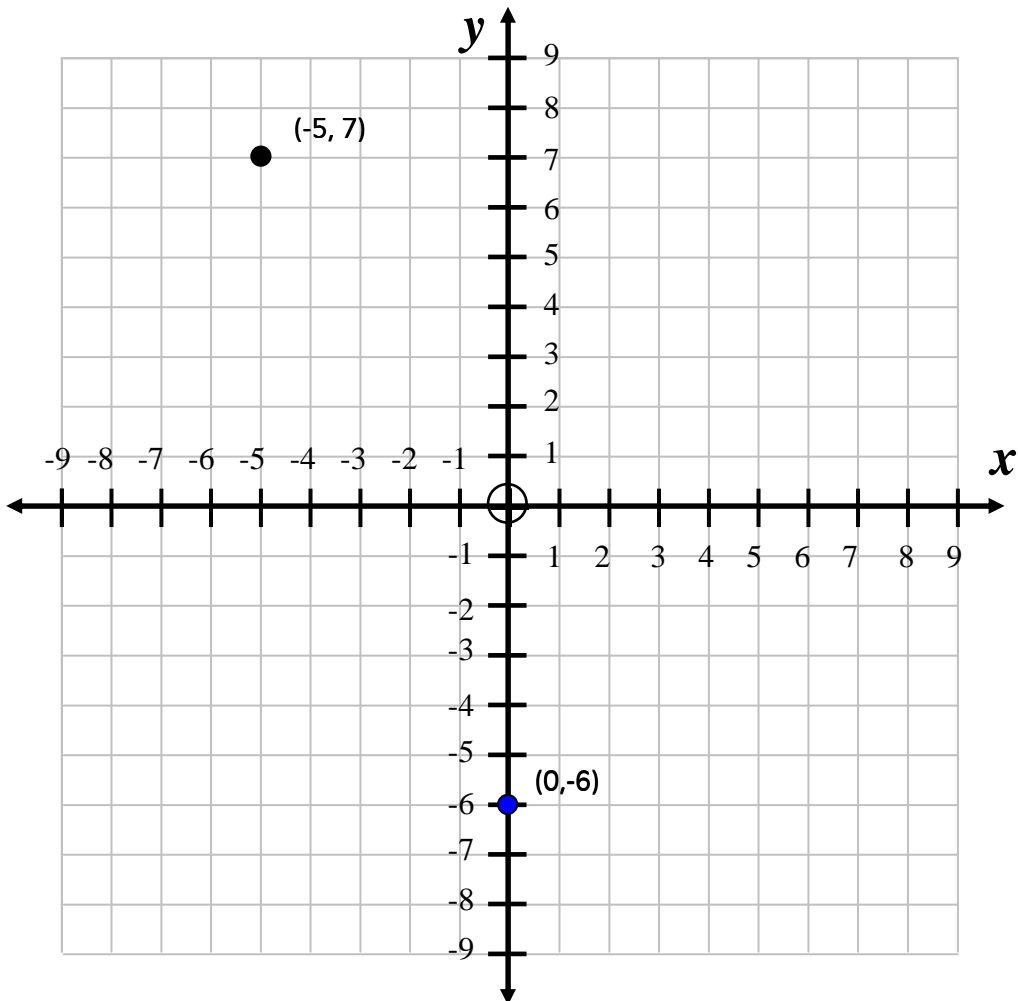
- Debido a que el primer número en el par de coordenadas nos dice en qué dirección nos movemos por el eje- x , el primer número se llama **coordenada-x**. por la misma razón, si el segundo número del par de coordenadas nos dice en qué dirección movernos sobre el eje- y , el segundo número se llama **coordenada-y**.

Ejemplo

Grafica un punto en las coordenadas $(-5, 7)$.

Solución

Primero, debemos movernos -5 unidades sobre el eje- x . Contar 5 unidades en dirección negativa (a la izquierda) desde cero. Luego, nos movemos 7 unidades en dirección positiva (arriba) sobre el eje- y .



Ejemplo

Utilizando la cuadrícula de arriba, traza el punto $(0,-6)$

Solución

La coordenada- x es 0. No nos movemos ni a la izquierda ni a la derecha sobre el eje- x . La coordenada- y es -6 . Debemos movernos 6 unidades en dirección negativa (abajo).





1) Sobre la cuadrícula, coloca y nombra los ejes x y y en la escala apropiada.

Sobre los ejes que trazaste en la pregunta 1), grafica o traza los siguientes puntos, y nómbralos con sus coordenadas.

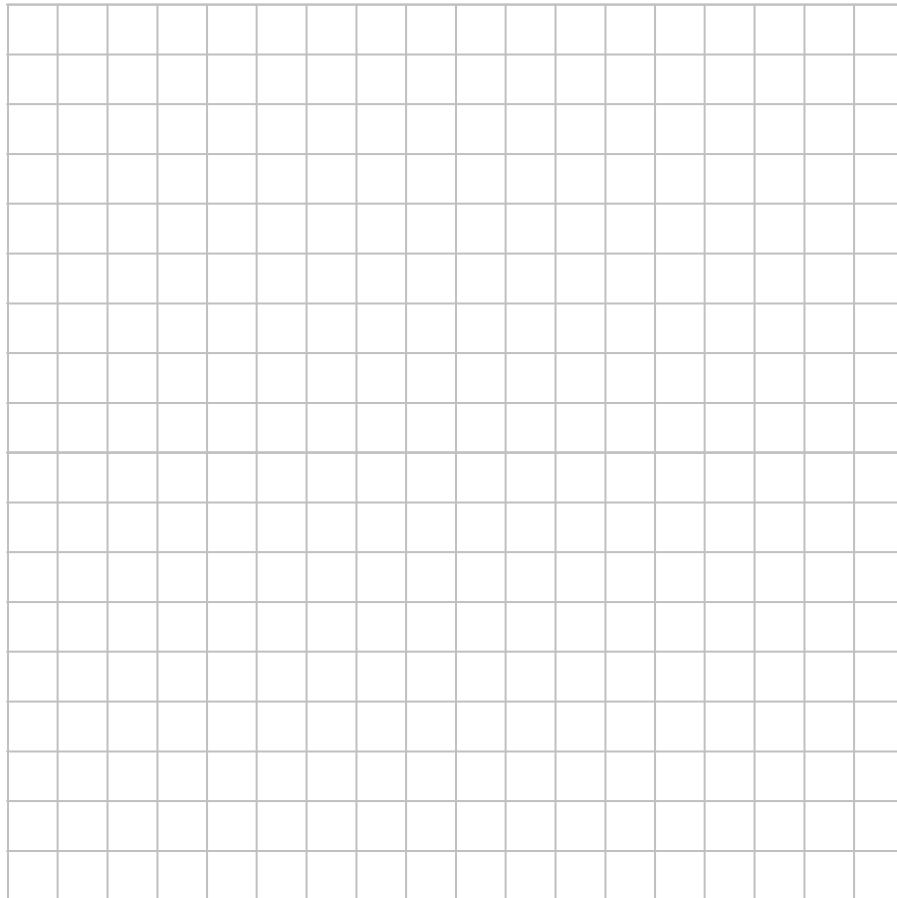
2) $(1, 5)$

3) $(-2, 4)$

4) $(-2, -7)$

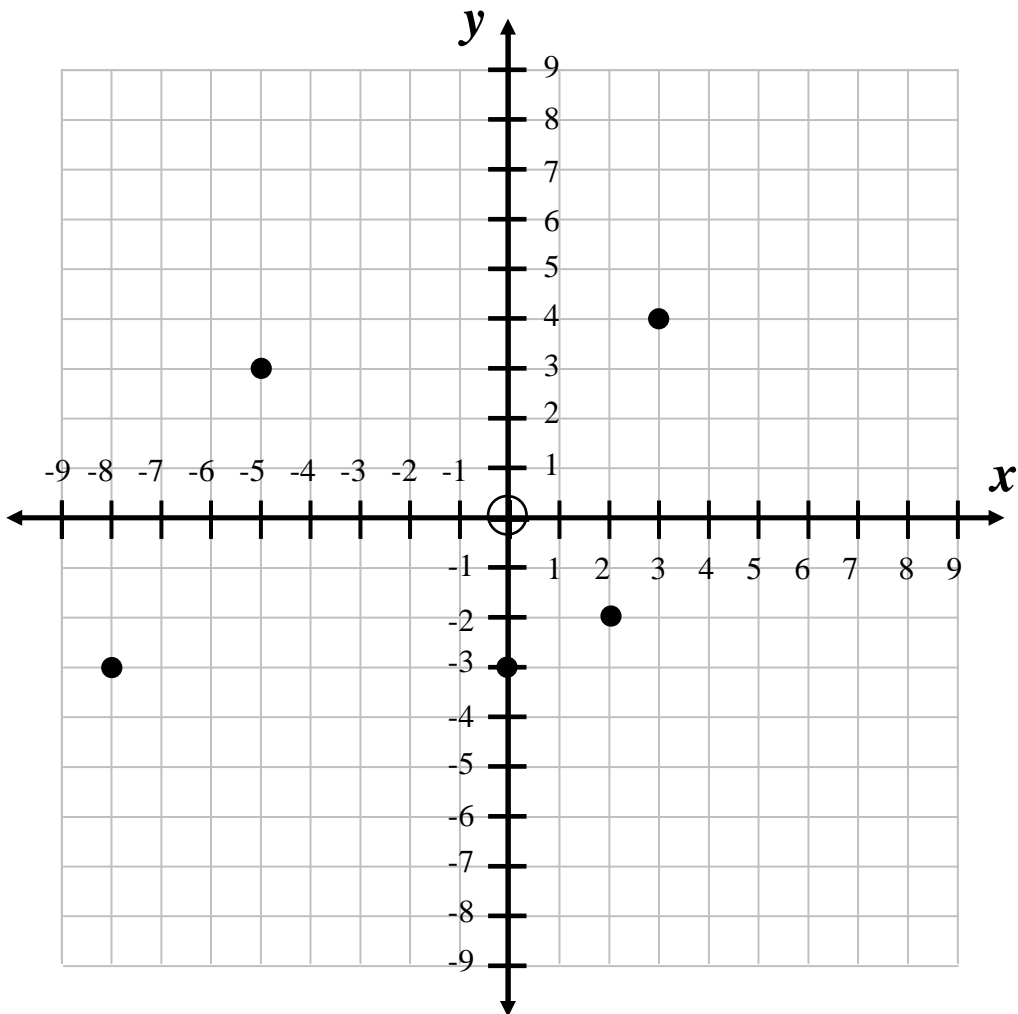
5) $(0, 5)$

6) $(5, 0)$



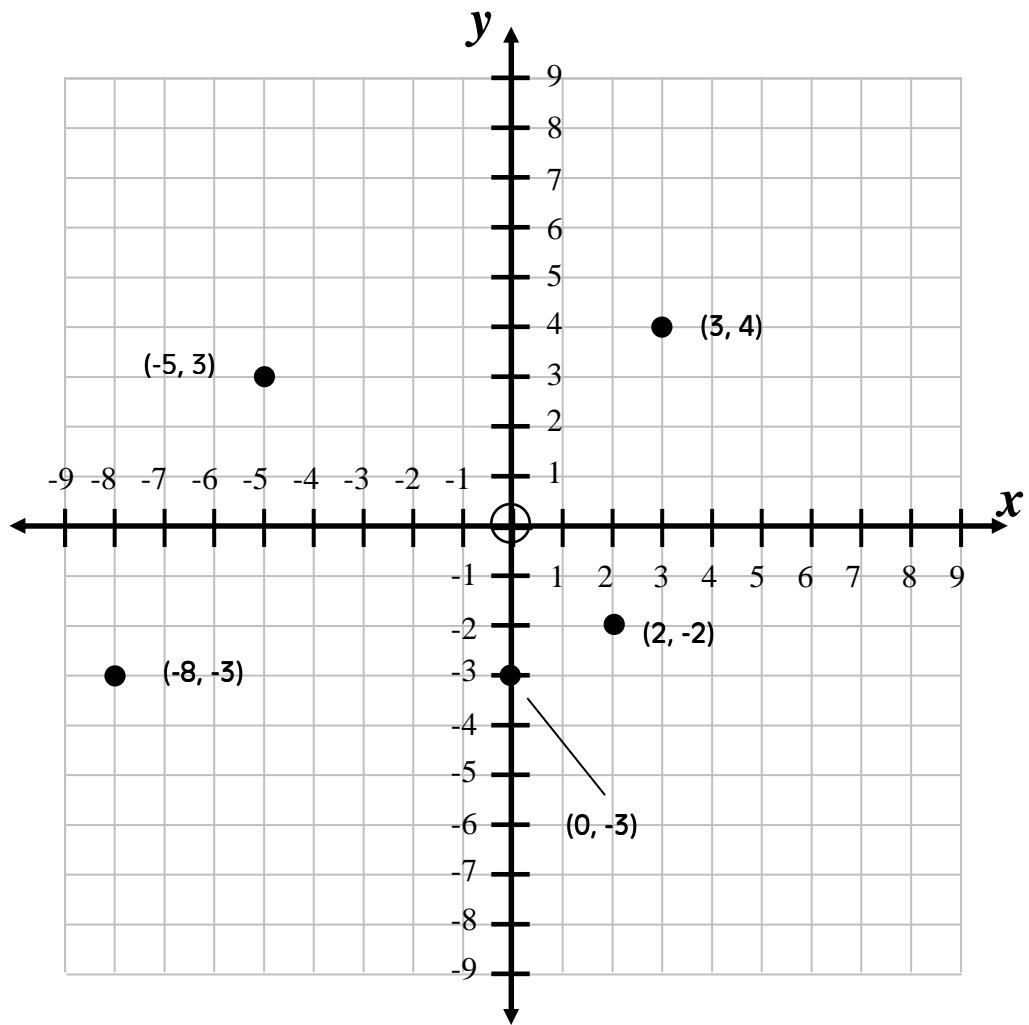
Ejemplo

Identifica las coordenadas de cada punto sobre los ejes.



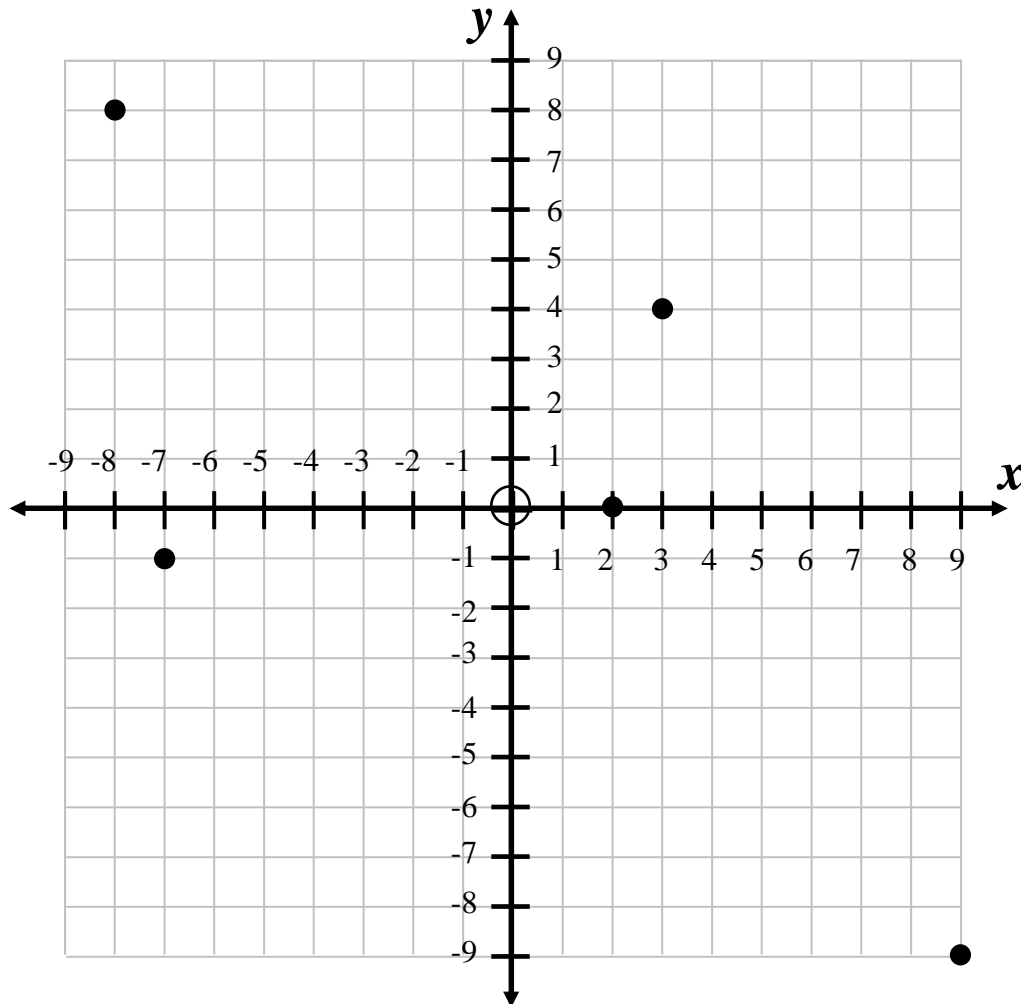
Solución

Para cada punto, necesitamos hacernos dos preguntas. ¿Cuántas unidades a la izquierda o a la derecha de cero está el punto sobre el eje- x ? ¿Cuántas unidades arriba o abajo de cero está el punto sobre el eje- y ? Vemos en la página siguiente que las coordenadas son...





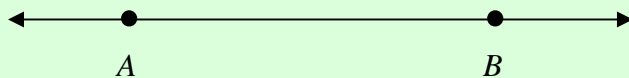
7. Nombra las coordenadas de cada punto.



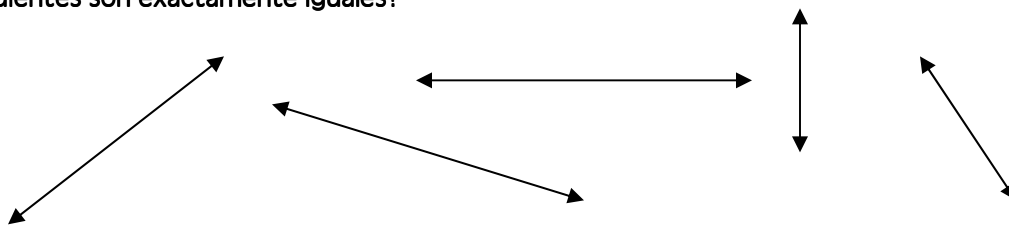
Como puedes ver, podemos utilizar una gráfica de coordenadas para convertir una figura geométrica en números. Por ejemplo, convertimos las gráficas de puntos en pares ordenados de números. También podemos utilizar la gráfica de una línea para reunir información.

Para refrescar tu memoria, aquí tienes nuestra definición previa de una **línea**.

- Una **línea** se extiende en forma recta entre dos puntos en direcciones opuestas infinitamente.



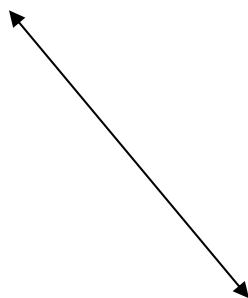
Esta definición es cierta, pero no cuenta toda la historia. Por ejemplo, ¿dirías que todas las líneas siguientes son exactamente iguales?



Imagina que te deslizas en trineo colina abajo. ¿Crees que esa experiencia sería la misma si te hubieras deslizado en una colina como ésta:

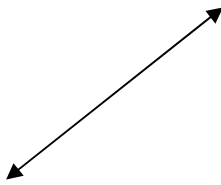


o en otra colina como ésta?

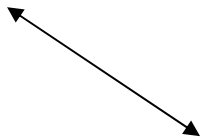


Todas estas líneas tienen diferentes grados de inclinación. Algunas empiezan alto y terminan bajo. Algunas son planas. Otras son verticales.

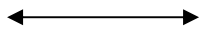
- La inclinación de una línea, segmento, o recta se llama su **pendiente**.
"m" es la letra comúnmente usada para representar la pendiente.



Las líneas, segmentos, o rectas que suben de izquierda a derecha, tienen una pendiente positiva.



Las líneas, segmentos, o rectas que bajan de izquierda a derecha, tienen una pendiente negativa.



Una línea, segmento, o recta horizontal no sube ni baja de izquierda a derecha. Debido a esto, tienen una pendiente cero.

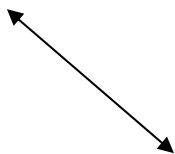


Las líneas, segmentos, y rectas verticales tienen una pendiente indefinida.

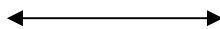


Clasifica las pendientes de cada figura como positiva (+), negativa (-), cero (0), o indefinida (I).

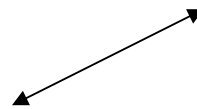
8.



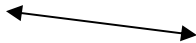
9.



10.



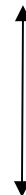
11.



12.

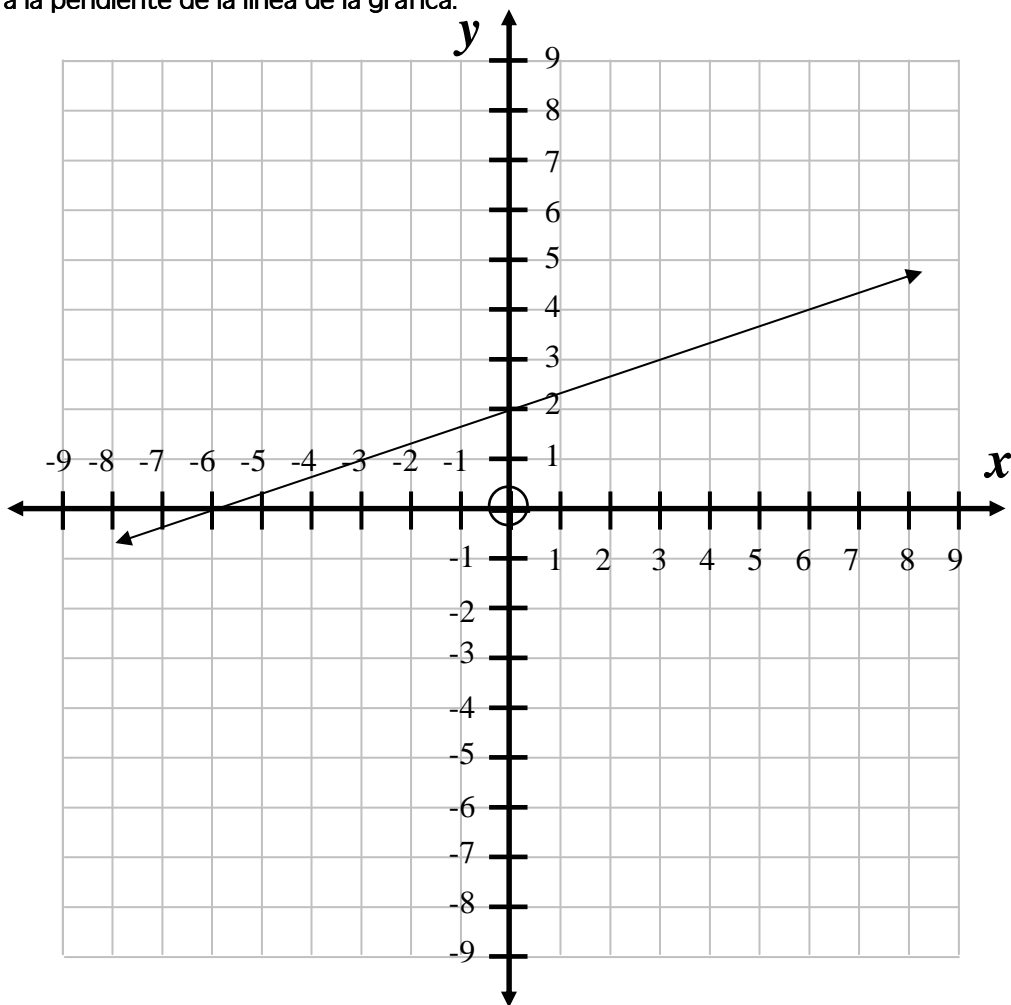


13.



Ejemplo

Encuentra la pendiente de la línea de la gráfica.



Solución

La pendiente es una medida de la inclinación. Más específicamente, es la razón entre la distancia vertical recorrida y la distancia horizontal recorrida. En otras palabras,

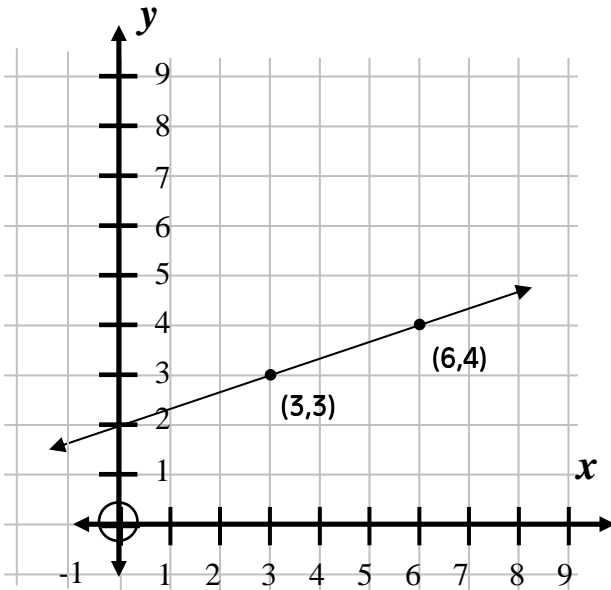
$$m = \frac{\text{distancia vertical recorrida}}{\text{distancia horizontal recorrida}} = \frac{\textit{sube}}{\textit{corre}}$$

Recuerda: La letra "m" se utiliza comúnmente para denotar la pendiente.

Abreviamos la distancia vertical con "sube" y la distancia horizontal con "corre."

Apliquemos esto en nuestra gráfica.

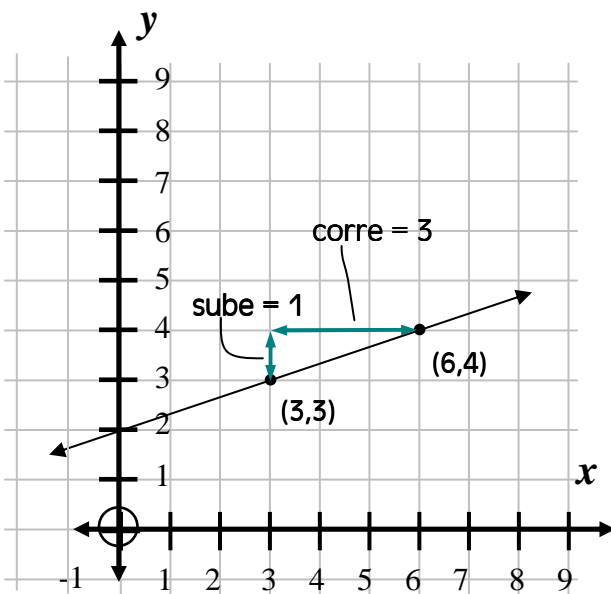
Para ahorrar espacio en el papel, una parte de la gráfica ha sido cortada, pero eso no cambia la forma de resolver estos problemas.



Paso 1: Fíjate en la dirección de la pendiente.
¿Será positiva, negativa, sin pendiente, o indefinida?

Ésta será una pendiente positiva porque se sesga hacia arriba.

Paso 2: Identifica las coordenadas de cualesquier dos puntos por los que pasa la línea.
En éste caso, seleccionamos (3,3) y (6,4).



Paso 3: Calcula la subida empezando con el punto más a la izquierda y contando hasta la línea en la que yace el segundo punto. Esto es, contar una unidad, desde el 3 hasta el 4. Calcula la corrida empezando desde el mismo punto. Cuenta a cuántas unidades a la derecha está el punto. En este caso, cuenta a la derecha tres unidades, desde 3 hasta 6.

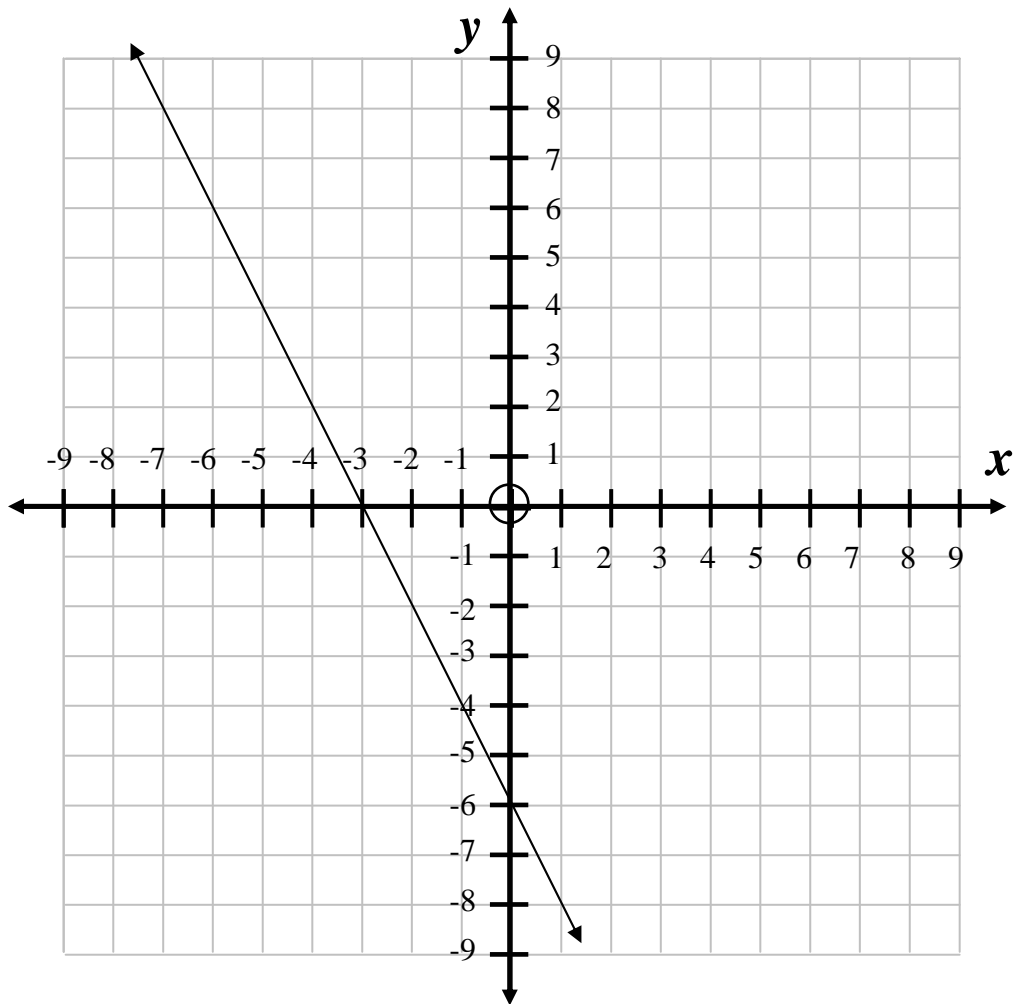
Paso 4: Inserta éstos valores en la fórmula de la pendiente.

$$m = \left(\frac{\text{sube}}{\text{corre}} \right)$$

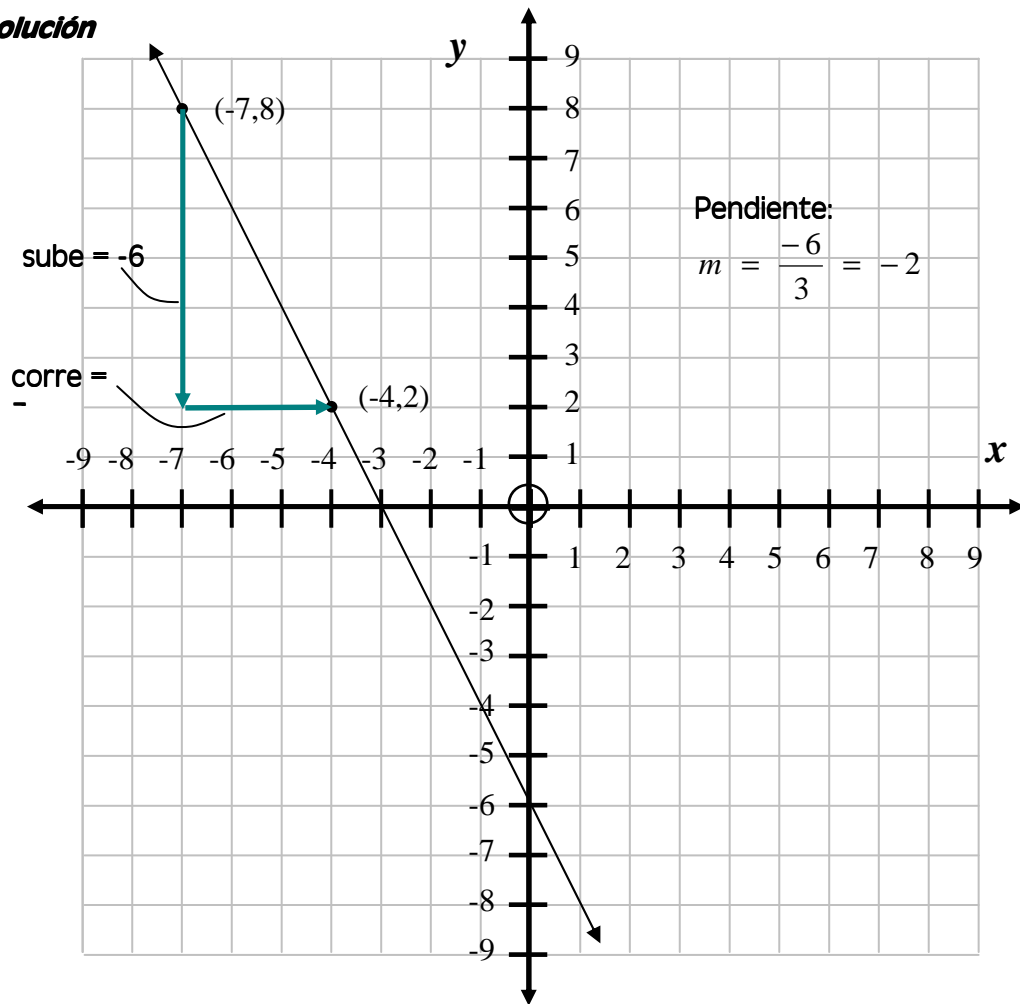
$$m = \frac{1}{3}$$

Ejemplo

Encuentra la pendiente de la siguiente línea.



Solución



Podemos ver que ésta será una pendiente negativa, porque la línea se sesga hacia abajo, de izquierda a derecha. Escogimos dos puntos sobre la línea: $(-7, 8)$ y $(-4, 2)$.

Encontramos el sube iniciando con el punto más a la izquierda y contando hacia abajo hasta el segundo punto. En este caso, contamos hacia abajo 6 unidades, así el sube es -6.

Luego, encontramos el corre contando cuántas unidades a la derecha del primer punto está el segundo punto. Debido a que contamos a la derecha 3 unidades, el corre es +3.

Ahora, poniendo éstos valores en la fórmula de la pendiente, vemos $m = \frac{-6}{3}$. Aún cuando

estamos hablando de pendiente, tenemos una fracción que puede ser reducida. Así,

$$m = \frac{-6}{3} = -2.$$



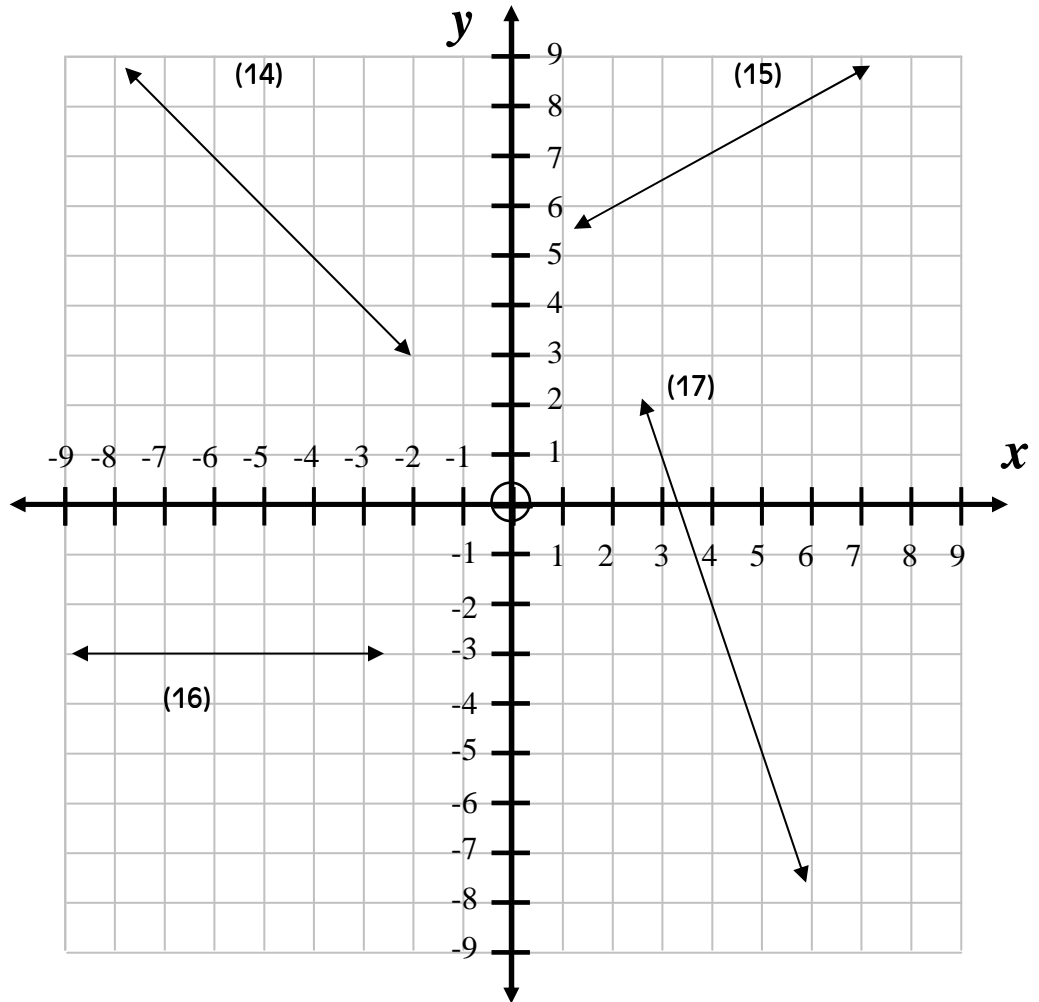
Encuentra la pendiente de cada línea.

14.

15.

16.

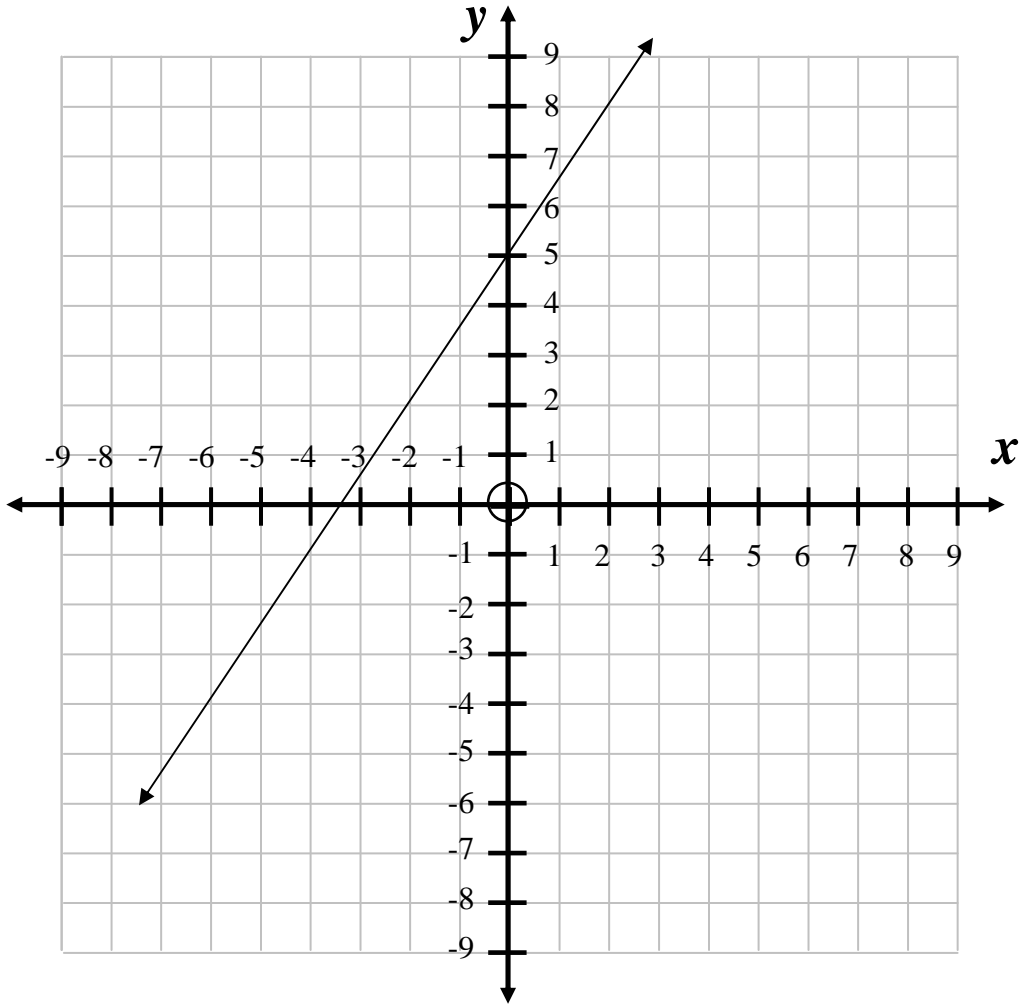
17.



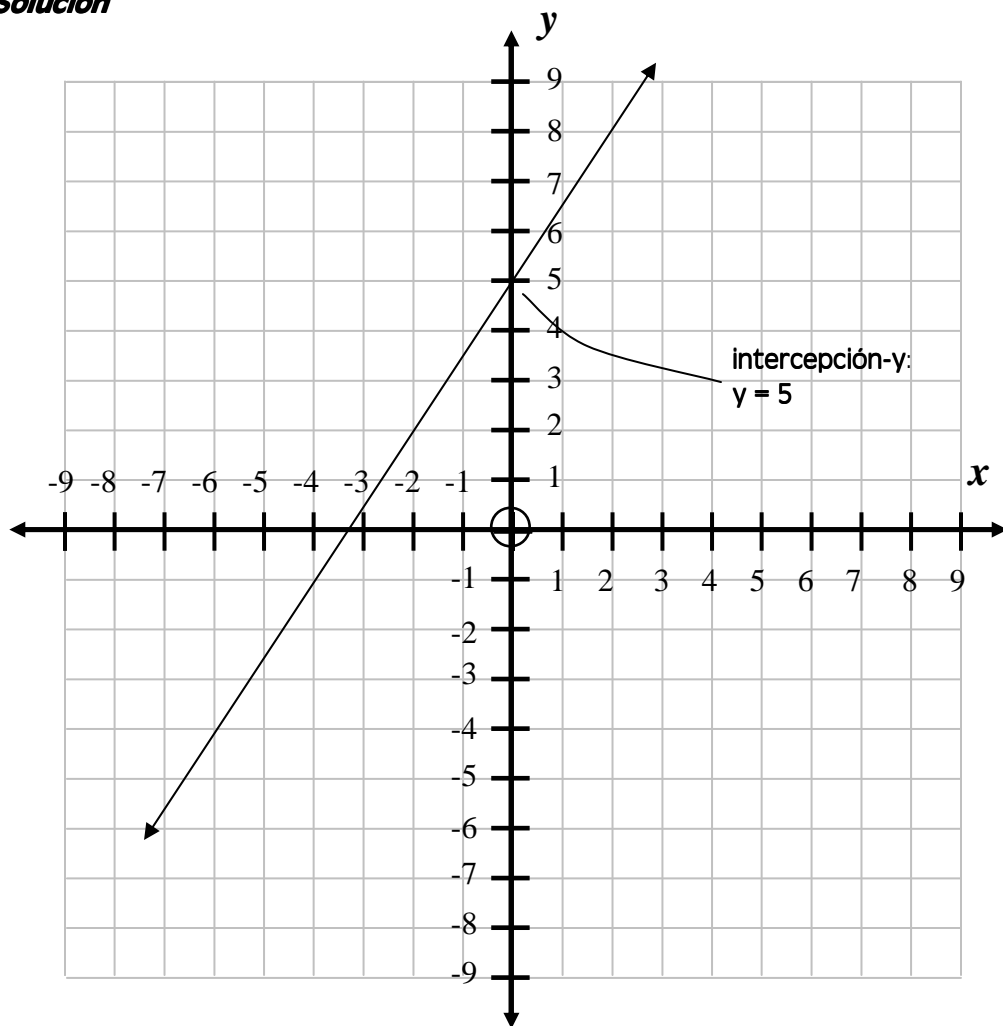
- La **intercepción-y** de una línea es el punto donde cruza el eje-y.

Ejemplo

Encuentra la intercepción-y de la siguiente línea.



Solución





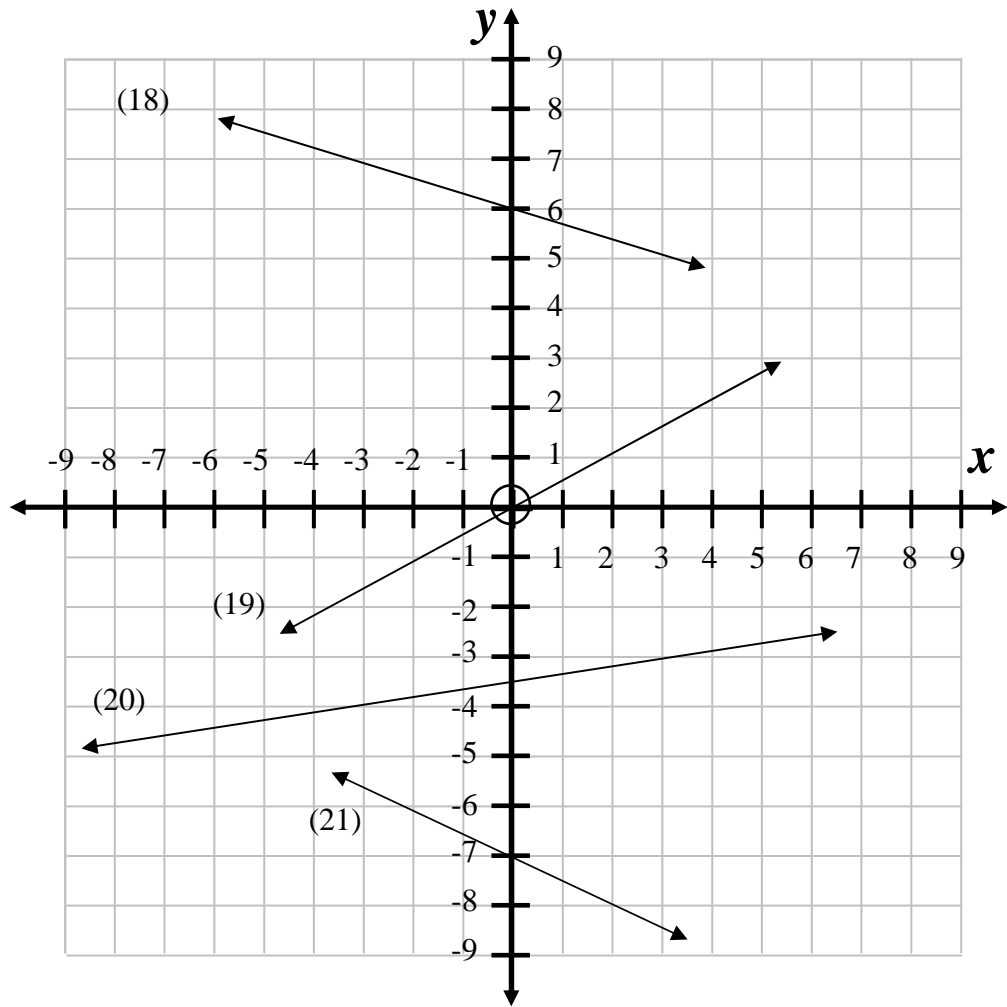
Encuentra la intercepción-y de cada línea.

18.

19.

20.

21.



 Repaso

1. Marca las siguientes definiciones:

- a. gráfica de coordenadas
- b. eje- x
- c. eje- y
- d. origen
- e. par ordenado
- f. coordenadas
- g. coordenada- x
- h. coordenada- y
- i. línea
- j. pendiente
- k. intercepción- y

2. Marca los objetivos.

3. Escribe una pregunta que te gustaría hacerle a tu instructor, o algo nuevo que hayas aprendido en esta lección.



Problemas de práctica

Math On the Move Lección 23

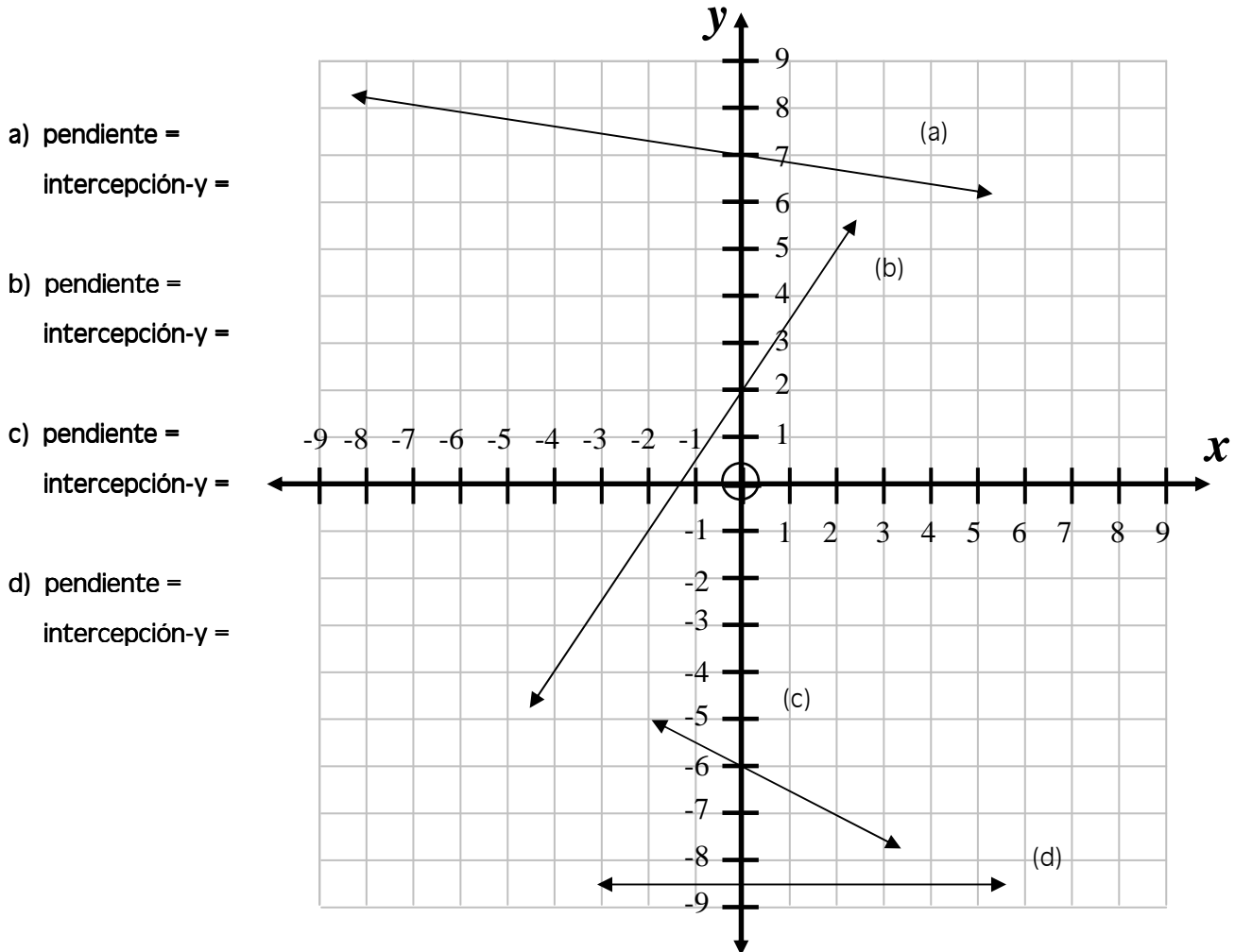
Instrucciones: Escribe las respuestas en la libreta de matemáticas. Titula este ejercicio Math On the Move – Lección 23, Conjuntos A y B

Conjunto A

1. Traza y nombra las siguientes coordenadas.

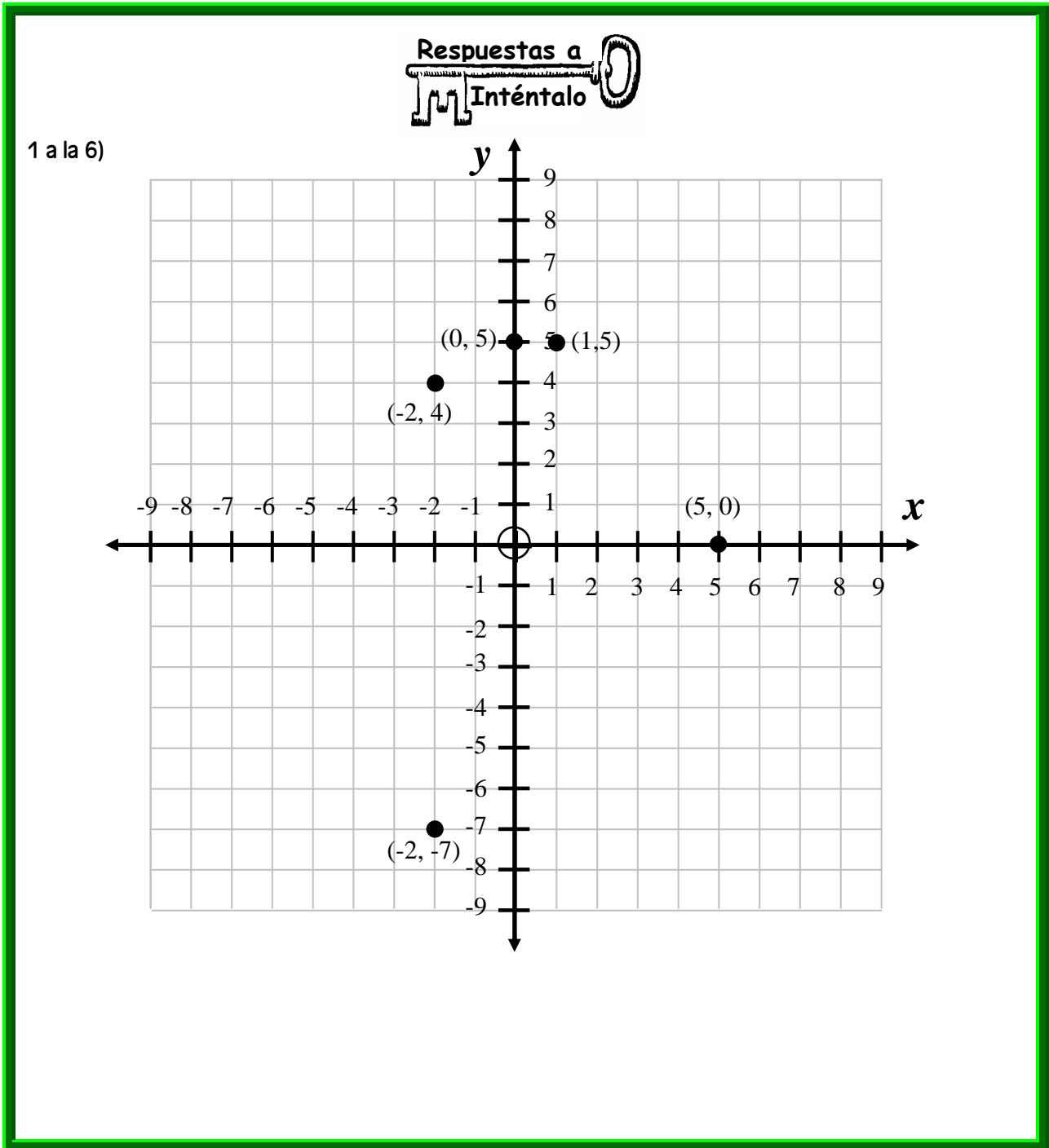
- a. (1, 1)
- b. (6, 3)
- c. (-2, 5)
- d. (9, -8)
- e. (-4, -9)
- f. (0, -3)
- g. (5, 0)
- h. (-7, 0)
- i. (0, 0)

2. Encuentra la pendiente y la intercepción-y de cada línea.

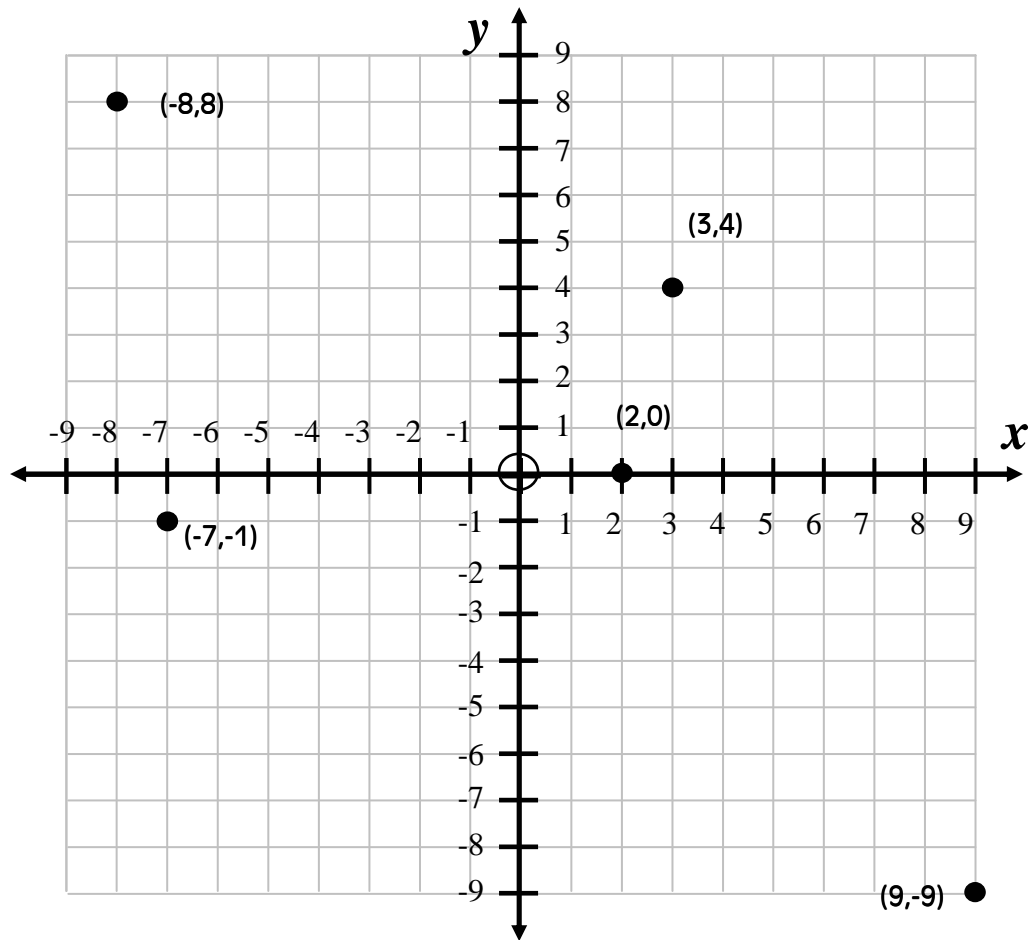


Conjunto B

1. Dada la definición de pendiente como el *sube* sobre el *corre*, explica, en tus propias palabras, por qué una línea vertical tiene una pendiente indefinida.



7)



8) -

9) 0

10) +

11) -

12) +

13) |

14) -1

15) $\frac{1}{2}$

16) 0

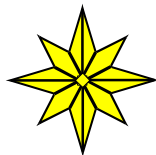
17) -3

18) 6

19) 0

20) -3.5

21) -7



Fin de la lección 23